

**Małgorzata Guzowska\***, **Mariusz Doszyń\*\***

Uniwersytet Szczeciński

## **SPOSOBY TWORZENIA KONTRAKTU W MODELU AGENT–PRYNCYPAŁ A SKŁONNOŚĆ DO RYZYKA**

### **STRESZCZENIE**

W pracy zdefiniowana została skłonność do ryzyka, a także pokazane zostały powiązania pomiędzy funkcją użyteczności, a skłonnością do ryzyka z punktu widzenia zarówno agenta jak i pryncypała. Dla funkcji użyteczności (odpowiadającej danym wartościom współczynnika skłonności do ryzyka) zapisane zostały modele optymalizacyjne, pozwalające na określenie wpływu skłonności do ryzyka na formę kontraktu. We wnioskach końcowych przedyskutowane zostały sposoby tworzenia kontraktu z uwzględnieniem skłonności do ryzyka agenta.

**Słowa kluczowe:** skłonności ludzkie, skłonność do ryzyka, funkcja użyteczności a skłonność do ryzyka, metody pomiaru skłonności ludzkich, model agent–pryncypał

### **Wstęp**

Przy tworzeniu różnego rodzaju kontraktów jedną z grup czynników, które powinny być uwzględniane są skłonności ludzkie. W przypadku modelu agent–pryncypał szczególną rolę odgrywa poziom skłonności do ryzyka zarówno pryncypała, jak i agenta.

---

\* Adres e-mail: mail: mguzowska@wneiz.pl

\*\* Adres e-mail: mariusz.doszyn@wneiz.pl

Skłonność można zdefiniować jako „nachylenie postawy” względem czegoś lub kogoś zwiększające prawdopodobieństwo określonych zdarzeń [Hozer, Doszyń 2004]. Zgodnie z powyższą definicją, skłonność do ryzyka to „nachylenie postawy” względem możliwych do podjęcia działań wiążących się z ryzykiem, zwiększające prawdopodobieństwo ich realizacji.

Przy pomiarze skłonności stosowana może być metoda częstościowa oraz trygonometryczna [Hozer, Doszyń 2004]. W przypadku metody częstościowej, natężenie skłonności można wyznaczyć w następujący sposób:

$$s_i = \frac{m_i}{n_i} \quad (1)$$

gdzie:

- $s_i$  – skłonność wykazywana przez  $i$ -ty obiekt (osobę, zbiorowość, etc.),
- $m_i$  – liczba przypadków, w których stwierdza się występowanie skłonności,
- $n_i$  – liczba przypadków ogółem.

Miara (1) należy do przedziału  $\langle 0,1 \rangle$ . Skłonność do ryzyka danej osoby (skłonność indywidualna) to frakcja przypadków, w których podjęte zostały działania o ryzykownym charakterze. Nawiązując do miary (1),  $m_i$  to liczba podjętych działań ryzykownych, natomiast  $n_i$  to liczba wszystkich możliwych do podjęcia działań, które wiążą się z ryzykiem. Indywidualną skłonność do ryzyka wyznacza się więc na podstawie danych w postaci szeregów czasowych.

Zbiorowa skłonność do ryzyka to natomiast frakcja osób wykazujących skłonność do ryzyka. Wyznaczając skłonność do ryzyka określonej grupy osób (skłonność zbiorową), należy podzielić liczbę osób, co do których można przyjąć, iż taką skłonność wykazują przez liczebność grupy. Przy wyznaczaniu skłonności zbiorowych wykorzystuje się dane przekrojowe<sup>1</sup>.

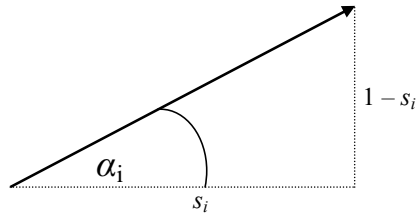
Metoda trygonometryczna pozwala na geometryczną interpretację skłonności. W metodzie trygonometrycznej skłonność to „nachylenie”, które można zmierzyć, wyznaczając kąt  $\alpha$  między przeciwprostokątną a odpowiednią przyprostokątną (rys. 1). Na jednej przyprostokątnej zaznacza się frakcję zdarzeń w próbie, gdzie

---

<sup>1</sup> Dysponując zbiorem danych panelowych można wyznaczyć zarówno skłonności indywidualne, jak i zbiorowe.

występuje interesujące nas zdarzenie ( $s_i$ ), natomiast druga przyprostokątna mierzy frakcję zdarzeń w próbie, gdzie nie występuje interesujące nas zdarzenie ( $1 - s_i$ ).

Rys. 1. Trygonometryczna interpretacja skłonności



Źródło: opracowanie własne.

Kąt  $\alpha_i$ , który pokazuje, jakie jest natężenie skłonności, można wyznaczyć w następujący sposób:

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{1 - s_i}{s_i} \quad (2)$$

$s_i$  – frakcja zdarzeń (osób), wśród których występuje skłonność (częstościowa miara skłonności).

W filozofii nauki wyodrębnić można dwie grupy teorii skłonności. Do pierwszej z nich zaliczyć przyjdzie te teorie, w których skłonność kształtuje się w wyniku oddziaływania wszystkich istotnych warunków wpływających na dane zdarzenie. W tym ujęciu skłonność to „właściwość sytuacji”, na którą wpływają zarówno zewnętrzne czynniki obiektywne, jak i czynniki subiektywne (czynniki o charakterze psychologicznym). Wśród przedstawicieli tego typu teorii skłonności należy wyróżnić przede wszystkim K. R. Poppera, który zainicjował powyższe ujęcie skłonności [Popper 1959].

Druga grupa zaś, to teorie, w których skłonność traktuje się jako właściwość obiektu (osoby, zbiorowości), która wynika z jego struktury wewnętrznej. Ten sposób analizowania skłonności propagował m.in. C. Peirce [Gillies 2000]. W przypadku osób skłonności są przede wszystkim wypadkową struktury psychologicznej. Na

ich formowanie wpływ mogą mieć również czynniki o charakterze socjologicznym, kulturowym, etc.

W niniejszym artykule stosowane jest ujęcie, zgodnie z którym skłonność do ryzyka agenta (lub pryncypała) jest wynikiem oddziaływania warunków o charakterze obiektywnym i subiektywnym. W tym podejściu skłonność do ryzyka zależy nie tylko od czynników psychologicznych (struktury psychologicznej), lecz również od dochodów (i innych zewnętrznych czynników o charakterze obiektywnym).

### Skłonność do ryzyka a tworzenie kontraktów w modelu agent–pryncypał

Zagadnienia, dotyczące metod tworzenia kontraktu w modelu agent–pryncypał posiadają liczne opracowania [Watson 2005; Malawski, Wieczorek, Sosnowska 1997].

W celu określenia powiązań między skłonnością do ryzyka agenta ( $s$ ), a optymalną formą kontraktu w pierwszym etapie, skonstruowana została funkcja użyteczności, w której jednym z parametrów jest skłonność do ryzyka agenta ( $s$ ). Przyjmujemy, iż użyteczność agenta zależy od wysokości wynagrodzenia ( $w_i$ ) oraz od poziomu wysiłku agenta ( $a_j$ ).

Funkcję użyteczności agenta można zapisać w następujący sposób:

$$U(w_i, a_j) = \alpha w_i^{s/(1-s)} - \beta a_j \quad (3)$$

gdzie

$U(w_i, a_j)$  – użyteczność agenta odpowiadająca wynagrodzeniu na poziomie  $w_i$  oraz wysiłkowi na poziomie  $a_j$ ,

$\alpha, \beta$  – parametry,

$s$  – skłonność do ryzyka agenta.

Na podstawie funkcji (3) można stwierdzić, iż użyteczność agenta zależy przede wszystkim od poziomu wynagrodzenia agenta ( $w_i$ ), poziomu wysiłku agenta ( $a_j$ ) oraz od skłonności agenta do ryzyka ( $s$ ). Przyjmujemy, iż jest  $n$  poziomów wynagrodzenia ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) oraz  $k$  poziomów wysiłku ( $j = 1, 2, \dots, k$ )<sup>2</sup>. Poziom akceptacji agenta, czyli poziom wynagrodzenia, poniżej którego agent nie jest zainteresowany pracą, to  $w_1$ . Parametr  $s$  będący miarą skłonności do ryzyka agenta

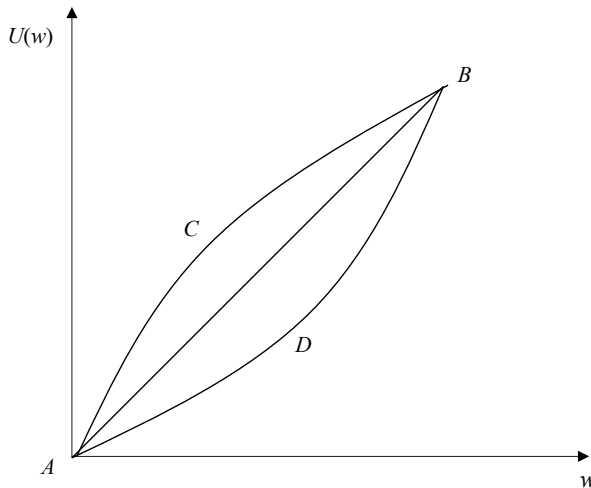
<sup>2</sup> Wyższa wartość indeksu odpowiada wyższemu poziomowi danej zmiennej.

należy do przedziału  $\langle 0,1 \rangle$ . Funkcja (3) została skonstruowana w taki sposób, że jeżeli  $s < 0,5$ , to agent wykazuje niską skłonność do ryzyka. Jeżeli  $s = 0,5$ , to agent jest neutralny względem ryzyka. Z kolei w przypadku, gdy  $s > 0,5$ , to skłonność do ryzyka agenta jest znaczna.

Wykładnik funkcji (3) o postaci  $s/(1-s)$  jest mniejszy od jedności, gdy  $s < 0,5$ . Jeżeli  $s = 0,5$ , to  $s/(1-s) = 1$ , natomiast w sytuacji, gdy  $s > 0,5$ , to  $s/(1-s) > 1$ .

Te trzy przypadki odpowiadają, często podawanym w literaturze, trzem typom funkcji użyteczności (rys. 2). Jeżeli  $s < 0,5$ , to mamy do czynienia z funkcją użyteczności asekuranta (funkcja wklęsła względem początku układu współrzędnych). Jeżeli  $s = 0,5$ , to funkcja użyteczności jest funkcją liniową i charakteryzuje osobę neutralną względem ryzyka. Z kolei, gdy  $s > 0,5$ , to funkcja użyteczności jest wypukła względem początku układu współrzędnych i opisuje osobę o wysokiej skłonności do ryzyka (ryzykanta).

Rys. 2. Funkcje użyteczności osoby o dużej ( $ADB$ ) i niskiej ( $ACB$ ) skłonności do ryzyka oraz osoby obojętnej wobec ryzyka ( $AB$ )



Źródło: opracowanie własne.

Liczba wyników działania agencji  $e_i$  odpowiada liczbie poziomów wynagrodzenia agenta  $n$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Agent otrzymuje wynagrodzenie uzależnione od wy-

niku osiągniętego przez agencję. Zakładamy, iż pryncypał i agent znają prawdopodobieństwa osiągnięcia danego wyniku  $e_i$  przez agencję w zależności od poziomu wysiłku agenta  $a_j$ . Prawdopodobieństwa te można przedstawić w postaci tabeli (tabela 1).

Tabela 1. Prawdopodobieństwa osiągnięcia danego wyniku przez agencję w zależności od poziomu wysiłku agenta

$e_i \backslash$	$e_1$	$e_2$	...	$e_n$
$a_1$	$p_{11}$	$p_{12}$	...	$p_{1n}$
$a_2$	$p_{21}$	$p_{22}$	...	$p_{2n}$
...	...	...	...	...
$a_k$	$p_{k1}$	$p_{k2}$	...	$p_{kn}$

Źródło: opracowanie własne.

Większy poziom wysiłku agenta zwiększa prawdopodobieństwo osiągnięcia przez agencję lepszego wyniku. Z kolei mniejszy poziom wysiłku agenta prowadzi do wzrostu prawdopodobieństwa uzyskania przez agencję gorszych wyników. Większe zatem będą prawdopodobieństwa w lewej, górnej części tabeli 1 oraz w jej prawej, dolnej części. Niższe natomiast będą prawdopodobieństwa w górnej, prawej części oraz w dolnej, lewej części zestawienia.

Oczekiwana użyteczność agenta, odpowiadająca poziomowi wysiłku  $a_j$  jest równa:

$$EU^j = \sum_{i=1}^n p_{ji} U(w_i, a_j) = \sum_{i=1}^n p_{ji} (\alpha w_i^{s/(1-s)} - \beta a_j) \quad (4)$$

Warunek uczestnictwa można zapisać następująco:

$$EU^j = \sum_{i=1}^n p_{ji} (\alpha w_i^{s/(1-s)} - \beta a_j) \geq U(w_1, 0) \quad (5)$$

Warunek uczestnictwa uwzględnia to, iż agent nie podejmie pracy jeżeli oczekiwana użyteczność, wiążąca się z wysiłkiem na poziomie  $a_j$ , będzie mniejsza od użyteczności odpowiadającej minimalnemu (możliwemu do zaakceptowania) wynagrodzeniu  $w_1$ .

Warunek motywacyjny można przedstawić w następujący sposób:

$$EU^k \geq EU^j, \text{ gdzie } j = 1, 2, \dots, k - 1 \quad (6)$$

Warunek (6) można również zapisać jako:

$$\sum_{i=1}^n p_{ki} (\alpha w_i^{s/(1-s)} - \beta a_k) \geq \sum_{i=1}^n p_{ji} (\alpha w_i^{s/(1-s)} - \beta a_j), \text{ gdzie } j = 1, 2, \dots, k - 1 \quad (7)$$

Z warunku motywacyjnego (7), wynika, że:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n p_{ki} (\alpha w_i^{s/(1-s)} - \beta a_k) - \sum_{i=1}^n p_{ji} (\alpha w_i^{s/(1-s)} - \beta a_j) &\geq 0 \\ \sum_{i=1}^n (p_{ki} \alpha w_i^{s/(1-s)} - p_{ki} \beta a_k - p_{ji} \alpha w_i^{s/(1-s)} + p_{ji} \beta a_j) &\geq 0 \\ \sum_{i=1}^n (\alpha w_i^{s/(1-s)} (p_{ki} - p_{ji}) - \beta (p_{ki} a_k - p_{ji} a_j)) &\geq 0 \Rightarrow \\ \alpha w_i^{s/(1-s)} (p_{ki} - p_{ji}) &\geq \beta (p_{ki} a_k - p_{ji} a_j) \end{aligned}$$

Jeżeli  $p_{ki} - p_{ji} \neq 0$  to możemy zapisać, że

$$w_i \geq \left( \frac{\beta (p_{ki} a_k - p_{ji} a_j)}{\alpha (p_{ki} - p_{ji})} \right)^{\frac{1-s}{s}}$$

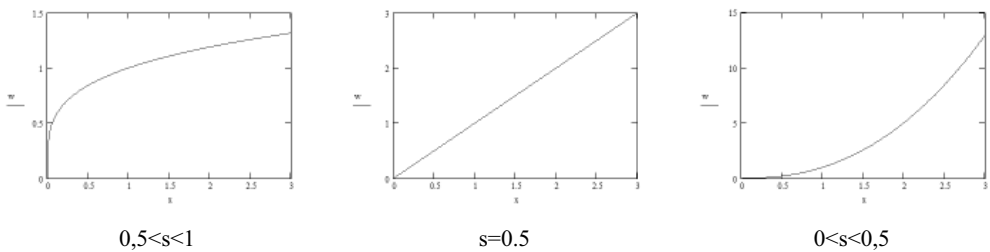
Funkcja płacy odpowiadająca danemu wynikowi działania agencji kształtuje się w ten sposób, iż przy dużej skłonności do ryzyka ( $0,5 < s < 1$ ) wynagrodzenie agenta jest funkcją rosnącą coraz wolniej. W przypadku obojętności względem ryzyka wynagrodzenie rośnie liniowo. Przy małej skłonności do ryzyka ( $0 < s < 0,5$ ) wynagrodzenie agenta jest funkcją rosnącą coraz szybciej.

W przypadku osoby o wysokiej skłonności do ryzyka taki sam przyrost płacy daje wyższy przyrost użyteczności, niż w przypadku osoby o niskiej skłonności do ryzyka. Osoba o wysokiej skłonności do ryzyka osiągnie dany poziom użyteczności przy niższym poziomie płacy, niż osoba o niskiej skłonności do ryzyka. W warun-

kach ryzyka osoba lubiąca ryzyko osiąga znacznie wyższą użyteczność po uzyskaniu danego wyniku, niż osoba o niskiej skłonności do ryzyka, w przypadku której ponoszenie ryzyka wiąże się z dyskomfortem.

Fakt ten można uwzględniać przy konstruowaniu kontraktów. Jeżeli pryncypał wie, iż dana osoba cechuje się dużą skłonnością do ryzyka, to w celu wymuszenia pożądanych zachowań może ustalić płacę na niższym poziomie, niż w przypadku osoby o niskiej skłonności do ryzyka. Osoba o niskiej skłonności do ryzyka zaakceptuje określone działania przy odpowiednio wyższej płacy niż ryzykant. „Nadwyżka” wynagrodzenia jest konieczna, aby zrekompensować asekurantowi fakt narażenia się na ryzyko.

Rys. 3. Przykładowe kształtowanie się płac w przypadku osoby o dużej skłonności do ryzyka, osoby obojętnej wobec ryzyka oraz osoby o niskiej skłonności do ponoszenia ryzyka



Źródło: opracowanie własne.

Warunek motywacyjny ma skłaniać agenta do podejmowania wysiłku na najwyższym poziomie  $a_k$ . Tym samym oczekiwana użyteczność, odpowiadająca wysiłkowi na poziomie maksymalnym ( $a_k$ ) powinna być większa od oczekiwanych użyteczności przy niższych poziomach wysiłku.



Pryncypał dąży do minimalizowania oczekiwanych kosztów zatrudnienia agenta, odpowiadających maksymalnemu poziomowi wysiłku agenta  $a_k$ :

$$\sum_{i=1}^n p_{ki} w_i \rightarrow \min \quad (8)$$

$$EU^j = \sum_{i=1}^n p_{ji} (\alpha w_i^{s/(1-s)} - \beta a_j) \geq U(w_0, 0)$$

$$j = 1, 2, \dots, k-1$$

$$\sum_{i=1}^n p_{ki} (\alpha w_i^{s/(1-s)} - \beta a_k) \geq \sum_{i=1}^n p_{ji} (\alpha w_i^{s/(1-s)} - \beta a_j)$$

Optymalny kontrakt powinien spełniać warunki (5), (7) oraz (8). Rozwiązanie optymalne zależy m.in. od skłonności do ryzyka agenta ( $s$ ).

## Podsumowanie

Decyzje gospodarcze zależą od wielu różnorodnych czynników, w tym m.in. od skłonności ludzkich. W działalności gospodarczej dość szczególne znaczenie ma skłonność do ryzyka, która warunkuje wiele aspektów działalności gospodarczej. Od skłonności do ryzyka zależy m.in. to, jaką formę kontraktu można uznać za optymalną, w danych warunkach ograniczających.

Na podstawie przedstawionych w artykule rozważań można stwierdzić, iż jeżeli agent cechuje się wysoką skłonnością do ryzyka, to daną użyteczność osiągnie przy płacy niższej, niż osoba o niskiej skłonności do ryzyka. Osoba o dużej skłonności do ryzyka odczuwa bowiem dodatkową satysfakcję z uczestniczenia w działaniach wiążących się z ryzykiem. Dodatkowa użyteczność, wynikająca z wysokiej skłonności do ryzyka powoduje, iż dany poziom użyteczności może zostać osiągnięty przy niższej płacy. Osoba o niskiej skłonności do ryzyka odczuwa z kolei dyskomfort uczestnicząc w różnego rodzaju ryzykownych przedsięwzięciach. W celu osiągnięcia założonego poziomu użyteczności wynagrodzenie musi być odpowiednio wyższe po to, aby zrekompensować swego rodzaju przykrość związaną z podejmowaniem ryzyka.

## Literatura

- Doszyń M. (2008), *Statystyczno-ekonometryczna analiza skłonności ludzkich*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.
- Gillies D. (2000), *Varieties of Propensity*, "British Journal for the Philosophy of Science", No. 51.
- Hozer J., Doszyń M. (2004), *Ekonometria skłonności*, PWE, Warszawa.
- Keynes J.M. (2003), *Ogólna teoria zatrudnienia, procentu i pieniądza*, PWN, Warszawa.
- Malawski M., Wieczorek A., Sosnowska H. (1997), *Konkurencja i kooperacja. Teoria gier w ekonomii i naukach społecznych*, PWN, Warszawa.
- Popper K.R. (1959), *The Propensity Interpretation of Probability*, "British Journal for the Philosophy of Science", No. 10.
- Straffin P.D. (2004), *Teoria gier*, Scholar, Warszawa.
- Watson J. (2005), *Strategia. Wprowadzenie do teorii gier*, WNT, Warszawa.

## WAYS OF CREATING CONTRACTS IN AGENT-PRINCIPAL MODEL AND PROPENSITY TO RISK

### Abstract

In the article propensity to risk was defined. Dependencies between agent's utility function and propensity to risk were emphasized. For given utility function (with assigned rate of propensity to risk) optimization model that enables determination of impact of propensity to risk on contract's form were proposed. In conclusions problems connected with possibilities of constructing contracts (setting wages) in Agent-Principal model with respect to propensity to risk were discussed.

*Translated by Mariusz Doszyń*

**Keywords:** human propensity, propensity to risk, utility function, Agent-Principal model  
**JEL Code:** A14, C70