

STUDIA I PRACE
WYDZIAŁU NAUK EKONOMICZNYCH I ZARZĄDZANIA NR 2

SEBASTIAN GNAT
Uniwersytet Szczeciński

PROGNOZOWANIE DOCHODÓW ZE SPRZEDAŻY
TYGODNIKÓW LOKALNYCH – WYBRANE PODEJŚCIA

Prognozowanie oprócz analizy i diagnozy tworzy zbiór obszarów wykorzystania metod ilościowych i danych statystycznych w ekonomii, czyli współtworzy ekonometrię. Trafne przewidywanie zjawisk ekonomicznych jest bardzo istotne z punktu widzenia podejmowania różnego rodzaju decyzji. W każdej firmie trzeba jak najbardziej precyzyjnie przewidywać wielkość różnego rodzaju zmiennych ekonomicznych. Od jakości prognozy zależy to, czy decyzje oparte na procesie predykcji pozwolą się firmie rozwijać, czy w skrajnym przypadku upaść. W literaturze można znaleźć wiele definicji prognozowania. Według A. Zeliasia, „prognozowanie to wybór – w ramach danego układu – najbardziej prawdopodobnej drogi rozwoju wyróżnionego zjawiska ekonomicznego w nadchodzącym okresie, przy czym podstawę tego wyboru stanowi dotychczasowy przebieg zjawiska i aktualny stan układu”¹. M. Cieślak pisze, że prognozowanie to „wnioskowanie o zdarzeniach, które zajdą w czasie późniejszym niż czynność przewidywana, a więc należących do przyszłości, odbywające się na podstawie informacji o przeszłości”². A. Smoluk twierdzi, że „prognoza to wnioskowanie o rzeczach niedostępnych bezpośrednio poznaniu; przeszkodą może być czas, przestrzeń lub jeszcze coś innego”³. Według Z. Hellwiga, prognozą ekonomiczną nazywa „sąd, którego prawdziwość jest zdarzeniem losowym, przy czym prawdopodobieństwo zdarzenia nie jest mniejsze od ustalonej z góry, bliskiej

¹ Zob. [6].

² Por. [1].

³ Zob. [5].

jedności liczby zwanej wiarygodnością prognozy”⁴. Na ogół prognozowanie to przewidywanie stanu lub poziomu zjawisk na podstawie danych i racjonalnych przesłanek. Istnieje wiele modeli, które umożliwiają sporządzenie prognoz zjawisk ekonomicznych, na przykład model tendencji rozwojowej, model trendu pełzającego z wagami harmonicznymi lub modele wyrównywania wykładniczego⁵. Celem artykułu jest porównanie prognoz opartych na tych modelach. Porównanie prognoz jest rozumiane jako porównanie wartości średnich względnych błędów prognoz *ex post*. Pozwoli to odpowiedzieć na pytanie, które podejście pozwala osiągnąć minimalne wartości błędów prognoz. Sporządzone prognozę wielkości dochodów ze sprzedaży trzech lokalnych tygodników wydawanych w średniej wielkości miastach województwa zachodniopomorskiego. Dochody ze sprzedaży, z założeniem stałości cen, informują o liczbie sprzedanych egzemplarzy. Wiedza o przyszłej sprzedaży jest bardzo istotna z punktu widzenia pozyskiwania reklamodawców, których można zachęcać do zamieszczania ogłoszeń informacją o przewidywanym z dużym prawdopodobieństwem wzroście sprzedaży. Prognozowanie sprzedaży prasy jest rozwinięciem badania autora zależności między przychodami ze sprzedaży prasy a zjawiskami ogólnoeconomicznymi⁶.

1. Procedura prognozowania

Prognozowanie z wykorzystaniem trendu pełzającego z wagami harmonicznymi polega na szacowaniu wartości trendu za pomocą dopasowywanych segmentami trendów liniowych, a następnie na ekstrapolacji tak uzyskanego trendu pełzającego z użyciem tak zwanych wag harmonicznymi⁷. Wagi te nadają rosnaące udziały informacjom coraz bliższym ostatniej obserwacji w szeregu czasowym. Metoda jest przydatna do prognozowania kształtowania się zmiennych charakteryzujących się dużą nieregularnością i załamaniem trendu.

⁴ Zob. [3].

⁵ Wybrane modele z pewnością nie wyczerpują możliwości prognozowania zjawisk ekonomicznych. Zastosowanie przedstawionych w pracy modeli było podyktowane chęcią zaprezentowania różnorodnych modeli klasycznych, ograniczonych jednak objętością artykułu.

⁶ Zob. [2].

⁷ Na podstawie [3]; [7].

Zastosowanie metody trendu pełzającego można podzielić na dwa etapy:

- a) wyrównanie szeregu czasowego przy użyciu trendu pełzającego (aproksymanty segmentowej);
- b) prognozowanie przez ekstrapolację trendu pełzającego metodą wag harmoniczných.

Na pierwszym etapie dokonuje się oszacowania równań odcinkowych postaci:

$$\hat{y}_{ij} = a_{0j} + a_{1j}t \quad (j=1, \dots, n-k+1, \quad t=j, \dots, j+k-1) \quad (1)$$

gdzie:

- k – stała wygładzania równa liczbie kolejnych wyrazów szeregu czasowego, na których podstawie są szacowane parametry $n-k+1$ równań odcinkowych; przyjmuje się, że k ma być co najmniej równe 5 ($k=5, \dots, n$)⁸,
- j – numer równania odcinkowego ($j=1, \dots, n-k+1$),
- \hat{y}_{ij} – wartość wygładzona (teoretyczna) dla okresu t , otrzymana z j -ego równania odcinkowego,
- a_{0j}, a_{1j} – oceny parametrów j -tego równania odcinkowego.

Trend pełzający (aproksymanta segmentowa) ma postać:

$$\hat{y}_t = b_{0t} + b_{1t}t \quad (2)$$

przy czym:

$$b_{0t} = \frac{1}{m} \sum_{j=j_0}^{j_0+m-1} a_{0j} \quad (3)$$

$$b_{1t} = \frac{1}{m} \sum_{j=j_0}^{j_0+m-1} a_{1j} \quad (4)$$

gdzie:

- \hat{y}_t – wartość wygładzona (teoretyczna) dla okresu t otrzymana z trendu pełzającego,

⁸ W badaniu uwzględniono również węższe segmenty.

b_{0t}, b_{1t} – oceny parametrów aproksymanty segmentowej, będące przeciętnymi wartościami ocen parametrów równań odcinkowych, dla których $t \in \langle j, j+k-1 \rangle$,

m – liczba równań odcinkowych, dla których $t \in \langle j, j+k-1 \rangle$,

j_0 – numer pierwszego równania odcinkowego, dla którego $t \in \langle j, j+k-1 \rangle$.

Prognoza jest obliczana ze wzoru:

$$y_T^P = \hat{y}_n + hw \quad (5)$$

gdzie:

h – realne wyprzedzenie czasowe prognozy,

w – obliczone następująco:

$$w = \sum_{t=1}^n c_t^n b_{1t} \quad (6)$$

przy czym:

$$c_t^n = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{t-1} \frac{1}{n-i} \quad (7)$$

w – średnia ważona (przy użyciu wag harmoniczných) ocen parametrów kierunkowych aproksymanty segmentowej,

c_t^n – waga harmoniczna.

Prognoza dana wzorem (5) jest wartością w pewnym sensie uzyskaną w wyniku ekstrapolacji trendu pełzającego. We wzorze tym wyraz wolny jest równy ostatniej (najnowszej) wartości teoretycznej, a wyraz kierunkowy – średnią ważoną wszystkich ocen współczynnika kierunkowego w badanym przedziale czasu.

Model wyrównywania wykładniczego Holta stosuje się wtedy, gdy w badanym szeregu czasowym występują trend i wahania przypadkowe⁹. Wyznacze-

⁹ Typ szeregu czasowego determinuje wybór modelu wyrównywania wykładniczego. Do modelowania zjawisk charakteryzujących się względnie stałym poziomem i wahaniami przypadkowymi należy wybrać model Browna. Dla zjawisk o dużym udziale wahań przypadkowych, ale także z wyraźnymi wahaniami sezonowymi odpowiednie są modele Wintersa.

nie wartości teoretycznych wymaga wygładzenia wahań przypadkowych badanego zjawiska (F_t) i przyrostów trendu (S_t). Do wyznaczenia wartości wygładzonych (F_t, S_t) wykorzystywane są następujące zależności:

$$F_1 = y_1 \quad (8)$$

$$F_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(F_{t-1} + S_{t-1}) \quad (9)$$

$$S_1 = y_2 - y_1 \quad (10)$$

$$S_t = \beta(F_t - F_{t-1}) + (1 - \beta)S_{t-1} \quad (11)$$

gdzie:

F_t – wygładzona wartość poziomu zjawiska na okres t ,

S_t – wygładzona wartość przyrostu trendu na okres t ,

$\alpha \in (0,1)$ – stała wygładzania wahań przypadkowych,

$\beta \in (0,1)$ – stała wygładzania przyrostu trendu badanej zmiennej.

Prognozy wyznaczono z następującej zależności:

$$y_t^p = F_n + (t - n)S_n \quad (12)$$

gdzie

y_t^p – wartość prognozy w okresie t ,

F_n – wygładzona wartość zmiennej prognozowanej w momencie (okresie) n ,

S_n – wygładzona wartość przyrostu trendu zmiennej prognozowanej w momencie (okresie) n ,

n – liczba wyrazów szeregu czasowego zmiennej prognozowanej.

Linowy model szeregu czasowego ma postać:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \xi_t \quad (t=1, \dots, n) \quad (13)$$

Nieznane parametry szacuje się klasyczną metodą najmniejszych kwadratów, otrzymując:

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{t} \quad (14)$$

$$a_1 = \frac{\sum_{t=1}^n (t - \bar{t})(y_t - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (t - \bar{t})^2} \quad (15)$$

Wartość prognozy zjawiska na okres T ($T = n + 1, n + 2, \dots$) obliczono przez ekstrapolację funkcji trendu:

$$y_T^p = \alpha_0 + \alpha_1 T \quad (T = n + 1, n + 2, \dots) \quad (16)$$

2. Badanie empiryczne

Badanie, które przeprowadzono w kilku etapach, polegało na sporządzeniu prognozy dochodów ze sprzedaży trzech tygodników wydawanych w średniej wielkości miastach województwa zachodniopomorskiego w latach 2004–2005 i w pierwszych czterech miesiącach 2006 roku. Dla każdego tygodnika skonstruowano modele trendu pelzającego, wyrównywania wykładniczego Holta i trendu liniowego. Modele te oszacowano z wykorzystaniem danych z lat 2004–2005. Na podstawie wspomnianych modeli powstała prognoza dochodów na cztery pierwsze miesiące 2006 roku, którą porównano z faktycznymi dochodami odnotowanym w tych miesiącach.

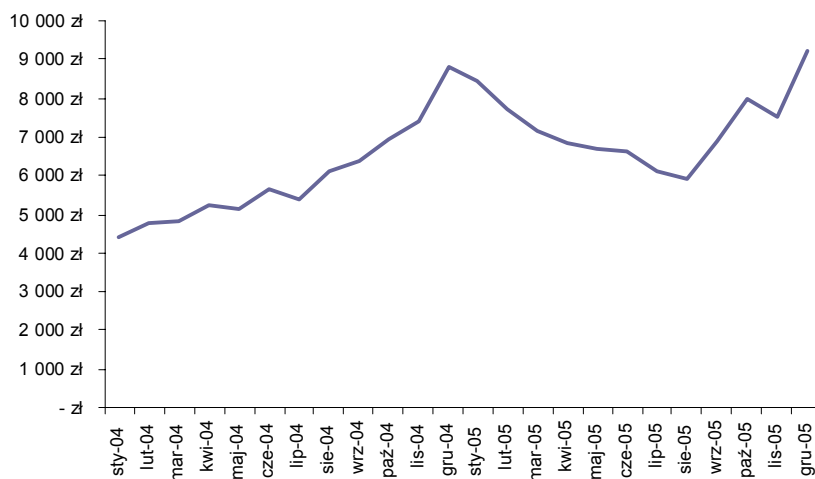
Budując modele trendu pelzającego, wyznaczono wartości teoretyczne dochodów ze sprzedaży tygodników dla różnych długości segmentów, począwszy od segmentów najdłuższych¹⁰, o długości 23, do najkrótszych, o długości 3. Dla wszystkich długości segmentów wykonano prognozę i wyznaczono ich średnie względne błędy *ex post*.

W prognozowaniu z wykorzystaniem modeli wyrównywania wykładniczego procedura obliczeniowa polegała na zoptymalizowaniu¹¹ stałych wygładzania w taki sposób, by uzyskać minimalną wartość błędów prognoz. Zbudowano trzy modele – jeden dla każdego z tygodników. W liniowych modelach tendencji rozwojowej oszacowano oceny parametrów strukturalnych i sporządzono pro-

¹⁰ Przy 24 obserwacjach.

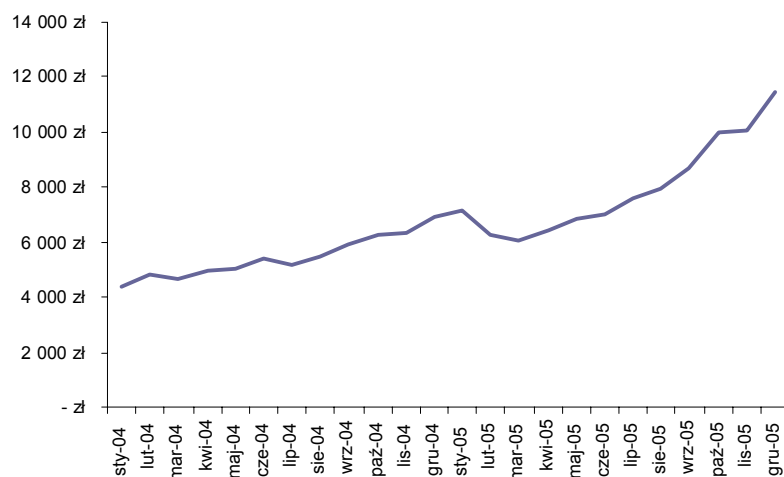
¹¹ Z wykorzystaniem modułu Solver w programie MS Excel.

gnozę dochodów ze sprzedaży tygodników. Na rysunkach 1–3 przedstawiono dochody ze sprzedaży badanych tygodników.



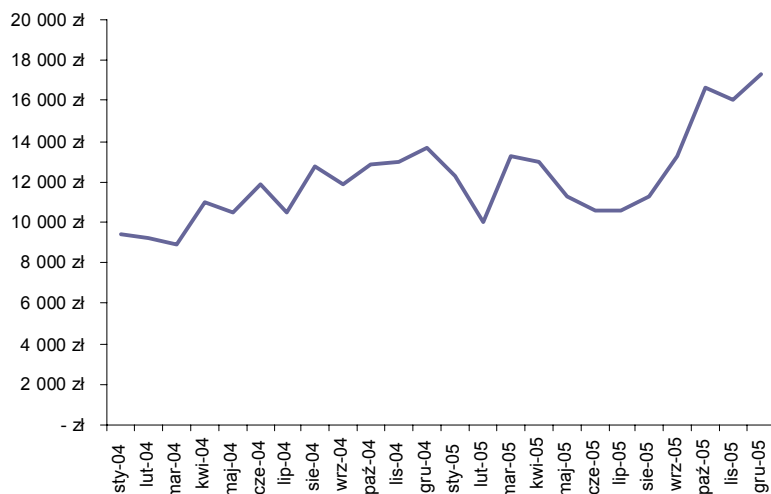
Rys. 1. Dochody ze sprzedaży tygodnika numer 1

Źródło: dane wydawcy.



Rys. 2. Dochody ze sprzedaży tygodnika numer 2

Źródło: dane wydawcy.



Rys. 3. Dochody ze sprzedaży tygodnika numer 3

Źródło: dane wydawcy.

Średnie względne błędy prognoz *ex post* opartych na modelu trendu pełzającego z wagami harmonicznymi przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Średnie względne błędy prognoz *ex post* prognoz opartych na modelu trendu pełzającego z wagami harmonicznymi (%)

Długość segmentu	Tygodnik numer 1	Tygodnik numer 2	Tygodnik numer 3
1	2	3	4
23	3,28	9,47	1,34
22	3,01	9,99	1,63
21	3,01	10,31	2,57
20	3,34	10,78	2,67
19	4,24	11,23	3,11
18	5,22	11,99	2,70
17	7,09	12,39	3,23
16	8,65	12,93	2,38
15	10,35	13,93	2,09
14	11,64	15,37	1,84
13	12,23	17,09	3,16
12	9,51	20,11	6,64

1	2	3	4
11	5,69	24,59	10,10
10	3,28	27,05	9,94
9	3,09	28,98	14,78
8	5,65	30,99	21,19
7	9,41	33,35	26,34
6	14,46	34,86	30,08
5	18,00	36,47	31,26
4	17,23	36,67	28,38
3	16,44	35,28	21,32

Źródło: obliczenia własne.

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że błędy prognoz dla poszczególnych tygodników osiągnęły różniące się od siebie wartości. Dla tygodnika numer 1 minimalny błąd prognozy wyniósł 3,00%, tygodnika numer 2 – 9,47%, czyli o tyle średnio mylono się w prognozowaniu dochodów ze sprzedaży tego czasopisma. Dla tygodnika numer 3 minimalny średni względny błąd prognozy *ex post* wyniósł 1,34%.

Następnie sporządzono prognozy dochodów ze sprzedaży tygodników z wykorzystaniem modelu Holta. Optymalizacja stałych wygładzania pozwoliła osiągnąć błędy prognoz przedstawione w tabeli 2.

Tabela 2

Średnie względne błędy prognoz *ex post*
opartych na modelu wyrównywania wykładniczego Holta

	Tygodnik numer 1	Tygodnik numer 2	Tygodnik numer 3
Stała wygładzania α	0,087	0,017	0,764
Stała wygładzania β	0,245	1	1
Błąd prognozy	2,46%	15,21%	43,41%

Źródło: obliczenia własne.

Błąd prognozy dla tygodnika numer 1 był mniejszy niż w prognozach przeprowadzonych z wykorzystaniem modelu trendu pełzającego. Dla pozostałych tygodników uzyskane błędy prognoz były większe – dla tygodnika numer 2 był większy od najmniejszego błędu uzyskanego z wykorzystaniem trendu pełzają-

czego o ponad 60%, a dla tygodnika numer 3 był większy nawet od największego błędu prognozy uzyskanego z wykorzystaniem trendu pełzającego.

W tabeli 3 przedstawiono wybrane charakterystyki trendów liniowych, na których podstawie prognozowano dochody ze sprzedaży czasopism. Błędy prognoz dokonanych za pomocą modeli tendencji rozwojowej przedstawiono w tabeli 4.

Tabela 3

Charakterystyki modeli tendencji rozwojowej

	Tygodnik numer 1	Tygodnik numer 2	Tygodnik numer 3
α_0 (zł)	4 966,49	3 740,50	9 455,74
α_1 (zł)	129,87	236,93	213,52
$D(\alpha_0)$ (zł)	400,99	322,01	700,49
$D(\alpha_1)$ (zł)	28,06	22,54	0,46
R^2 (%)	49,3	83,4	46,3
S_e (zł)	21,42	110,53	18,97

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 4

Średnie względne błędy prognoz *ex post* opartych na modelach tendencji rozwojowej

	Tygodnik numer 1	Tygodnik numer 2	Tygodnik numer 3
Błąd prognozy (%)	3,88	9,36	1,27

Źródło: obliczenia własne.

Uzyskane błędy prognoz były bardzo zbliżone do błędów prognoz opartych na modelach trendu pełzającego z wagami harmonicznymi. W każdym wypadku uzyskany błąd charakteryzował się wartością w niewielkim stopniu odbiegającą od najmniejszych uzyskanych za pomocą trendu pełzającego średnich względnych błędów prognoz *ex post*.

Podsumowanie

Prognozowanie dochodów ze sprzedaży tygodników lokalnych przeprowadzono za pomocą trzech różnych podejść: modelu trendu pełzającego, modelu

wyrównywania wykładniczego i liniowego modelu trendu. Najlepsze rezultaty, rozumiane jako najmniejsze wartości średnich względnych błędów prognoz *ex post*, uzyskano dla prognoz wyznaczonych za pomocą modeli trendu pełzającego z najdłuższymi segmentami i modelu trendu liniowego. Te dwa typy modeli dały zbliżone do siebie wartości empiryczne, a zatem podobny poziom błędów prognoz. Rezultaty te można wyjaśnić charakterem badanego zjawiska, które charakteryzowało się wyraźną tendencją wzrostową. Prezentowanych wyników nie należy traktować arbitralnie, ponieważ w wypadku innego rodzaju szeregów czasowych o innym przebiegu, załamaniach trendu i dużym udziale wahań przypadkowych lepsze rezultaty można uzyskać za pomocą innych modeli. Skrócenie długości segmentu w sytuacji dużych wahań przypadkowych i załamań tendencji pozwoliłoby uzyskać mniejszej błędy prognoz niż uzyskane z ekstrapolacji trendu liniowego lub modelu Holta.

Z wcześniejszych badań autora¹² wynika, że sprzedaż tygodników jest mocno uzależniona od ogólnej sytuacji ekonomicznej. Związek ten wywołuje następujące skutki. Po pierwsze, wzrost bezrobocia obniża przychody ze sprzedaży periodyków. Spowodowane utratą pracy obniżenie dochodów powoduje ograniczenie wydatków na dobra niezaspokajające potrzeb pierwszego rzędu. Po drugie, wzrost wynagrodzeń nie przekłada się na znaczny wzrost sprzedaży tygodników. Wynika to, zdaniem autora, z faktu, że poszczególne tygodniki są traktowane jak dobra substytucyjne, a więc mimo wyższych wynagrodzeń nabycie jednego z nich ogranicza sprzedaż innych. Podsumowując, należy stwierdzić, że nie tylko trafny wybór modelu, ale także badanie związków między sytuacją ekonomiczną a sprzedażą jest wymaganym elementem trafnego prognozowania sprzedaży na rynku prasy i innych towarów.

Literatura

1. Cieślak M.: *Prognozowanie gospodarcze*. Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 2002.
2. Gnat S.: *Analiza zależności między sytuacją ekonomiczną ludności województwa zachodniopomorskiego a koniunkturą na rynku prasy w latach 1999–2003*. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 415. Szczecin 2006.

¹² Zob. [2].

3. Hellwig Z.: *Schemat budowy prognozy statystycznej metodą wag harmoniczych*. „Przegląd Statystyczny” 1967, z. 2.
4. Hozer J.: *Statystyka – opis statystyczny*, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin 1998.
5. Smoluk A.: *Matematyka, nauka, ekonomia*. Wyd. Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław 1993.
6. Zeliaś A.: *Teoria prognozy*. PWE, Warszawa 1997.
7. Zeliaś A., Pawelek B., Wanat S.: *Prognozowanie ekonomiczne*. Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 2003.

PREDICTION OF WEEKLY MAGAZINES SALE – CHOSEN APPROACH

Summary

Chosen classical models of tendency were used to predict sale of weekly magazines in major papers distribution company. Survey shows utilization of mentioned models for predicting future sale, which is very helpful, especially for advertisement gaining purposes, and therefore for profit prediction.

Translated by Sebastian Gnat