

Waldemar Tarczyński

O PEWNYM SPOSOBIE WYZNACZANIA WSPÓŁCZYNNIKA *BETA* NA POLSKIM RYNKU KAPITAŁOWYM

Model Sharpa należy do jednego z najpopularniejszych w analizach rynku kapitałowego. Wynika to głównie z jego prostoty i wykorzystywania współczynnika *beta* jako miary ryzyka. Jest on praktycznie stosowany najczęściej bez sprawdzania założeń modelu i dyskusji nad długością próby, jaka powinna być wykorzystana do jego oszacowania. Problem jest jednak poważny, ponieważ w miarę wydłużania liczby obserwacji nie jest spełnione kluczowe założenie o liniowej zależności w modelu Sharpa. W literaturze coraz częściej podejmuje się problem stabilności współczynnika *beta* w kontekście długości próby, na której podstawie jest on szacowany¹. W pracy D. Witkowskiej podniesiono trzy kwestie:

- a) niejednorodności wariancji składnika losowego modelu i jej wpływu na efektywność estymatorów parametrów;
- b) badania stabilności współczynnika *beta*;
- c) wyboru długości próby estymacyjnej dla modelu Sharpa².

Celem badań, których wyniki są prezentowane w niniejszym artykule, jest propozycja nowej procedury szacowania współczynnika *beta* na podstawie modelu Sharpa opierającej się na optymalizacji długości próby i zapewnieniu stabilności współczynnika *beta*. Proponowana metoda jest wolna od wady aktualnej koniunktury na giełdzie, która z reguły determinuje długość próby, na której podstawie szaco-

¹ Zob. [Mazurkiewicz, 2002], [Gajdka i in., 2007], [Fiszeder, 2005].

² Zob. [7], s. 143.

wany jest model Sharpa. W ten sposób określana próba ma praktycznie za każdym razem inną długość.

1. Wyznaczanie współczynnika *beta* – procedura

Proponujemy dołączyć do klasycznych sposobów określania współczynnika *beta* podejście polegające na wykorzystaniu „rolowanego” równania regresji stopy zwrotu (modelu Sharpa). Klasyczny model Sharpa ma postać³:

$$R_{it} = \alpha + \beta \cdot R_{mt} + U_t \quad (1)$$

gdzie:

R_{it} – stopa zwrotu akcji dla *i*-tej spółki,

α, β – parametry strukturalne modelu,

R_{mt} – stopa zwrotu rynku,

U_t – składnik losowy.

W stosowaniu równania (1) zasadniczym problemem jest określenie, jak długi okres powinien być wykorzystany do oszacowania równania. Już pobieżna analiza akcyjogramów dla spółek giełdowych w kontekście liniowej postaci zależności zmusza do przyjęcia jak najkrótszego okresu. Jeżeli jednak dodatkowo ma być zbudowany system pomocniczych sygnałów o zbliżającej się zmianie trendu stopy zwrotu akcji, to nie może to być zbyt krótki okres. Wydaje się, że okres 10 ostatnich notowań wraz z notowaniem bieżącym pozwoli otrzymać dobry sposób oceny współczynnika *beta* akcji na giełdzie.

Parametry α i β funkcji (1) szacujemy metodą najmniejszych kwadratów (MNK). Po oszacowaniu parametrów równania (1) należy je „uruchomić”. Polega to na tym, że po każdym nowym notowaniu wartość bieżących stóp zwrotu dla akcji i rynku wprowadza się za najstarszą i ponownie dla 10 ostatnich notowań oblicza wartości ocen parametrów metodą najmniejszych kwadratów.

Dla każdego równania oszacowanego MNK szacuje się dwa parametry struktury stochastycznej modelu, które posłużą do oceny stabilności modelu. Są to: od-

³ Zob. [Tarczyński, 1997].

chylenie standardowe składnika resztowego S_e oraz współczynnik korelacji wielorakiej R^2 .

Odchylenie standardowe składnika resztowego S_e jest podstawą do wyznaczenia linii ograniczających dla zmian stóp zwrotu akcji. Przyjęta zasada jest podobna do tej, którą stosuje się przy wstęgach Bollingera. Otóż, do stóp zwrotu akcji obliczonych na podstawie modelu dodaje się podwojoną wartość odchylenia standardowego składnika resztowego. W ten sposób otrzymuje się górną linię sygnałową. Dolna linia sygnałowa powstaje przez odejmowanie od cen akcji podwojonego odchylenia standardowego składnika resztowego. Linie sygnałowe nazwijmy wstęgami modelu.

Inne podejście, które jest uzupełnieniem poprzedniego, polega na badaniu wartości współczynnika R^2 oraz jego zmian. Można tu obserwować kształtowanie się w czasie wartości współczynnika oraz obliczać jego bezwzględną zmianę, co pozwala na wykrycie statystycznie istotnej zmiany współczynnika. Formalnie można to zapisać następująco:

$$\left| R_{t+1}^2 - R_t^2 \right| < a \quad (2)$$

gdzie a – stała pozwalająca ustalić, czy nastąpiła istotna zmiana wartości współczynnika R^2 .

Kolejny sposób badania stabilności modelu polega na analizie zmieniających się wartości oceny współczynnika $beta$. Można badać kształtowanie się w czasie wartości oceny $beta$ i obliczać wartości testu statystycznego, które pozwolą na ocenę istotności współczynnika $beta$. Bardzo ważna jest tu również zmiana znaku oceny współczynnika $beta$, która jednoznacznie świadczy o zmianie kierunku trendu stopy zwrotu. Jeżeli znak zmieni się z dodatniego na ujemny, to stopa zwrotu jest malejąca, a przy zmianie znaku z ujemnego na dodatni – rosnąca. Dla dłuższych okresów wartość współczynnika $beta$ powinna być średnią z poszczególnych modeli wyznaczonych dla danego okresu.

Do zbadania stałości wartości ocen współczynnika $beta$ można zastosować test Chowa. Przykład jego wykorzystania do badania stałości w czasie współczynnika $beta$ akcji można znaleźć na przykład w pracy [3] (s. 62 i n.). Formalna konstrukcja testu jest następująca:

$$F = \frac{e^T \cdot e - e_1^T \cdot e_1 - e_2^T \cdot e_2}{e_1^T \cdot e_1 + e_2^T \cdot e_2} \cdot \frac{n_1 + n_2 - 2 \cdot k}{k} \quad (3)$$

gdzie:

- $e_1^T \cdot e_1$ – suma kwadratów reszt dla modelu (1) z pierwszego podokresu,
- $e_2^T \cdot e_2$ – suma kwadratów reszt dla modelu (1) z drugiego podokresu,
- n_1 – liczba danych w pierwszym podokresie,
- n_2 – liczba danych w drugim podokresie,
- k – liczba szacowanych parametrów,
- e – wektor reszt modelu, który powstaje przez odjęcie od rzeczywistej wartości ceny akcji ceny obliczonej na podstawie oszacowanego modelu.

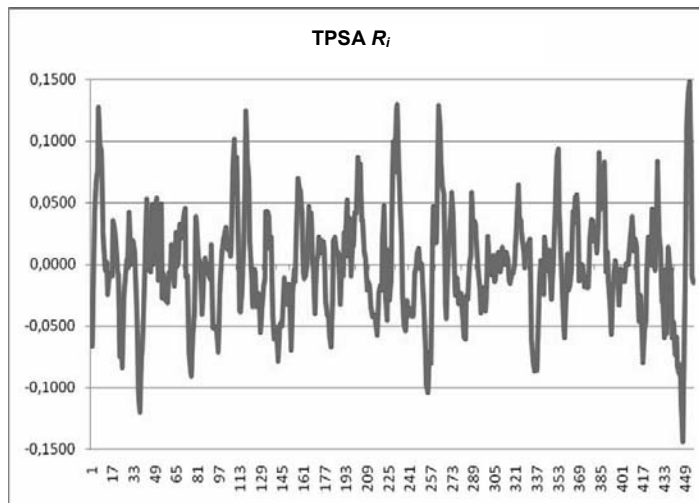
Stosując test Chowa, zakłada się, że wariancje w podokresach są równe, a stopy zwrotu charakteryzują się rozkładem normalnym. Drugim testem, który można wykorzystać do oceny stabilności oszacowanego współczynnika *beta*, jest test t-Studenta o równości parametrów regresji⁴. Zaproponowane systemy kontrolne muszą być stosowane równocześnie, a potwierdzenie decyzji musi być jednoznaczne, co oznacza, że wszystkie muszą generować ten sam sygnał. Jeżeli tak nie jest, oznacza to duże ryzyko decyzji inwestycyjnej, do której podjęcia wykorzystuje się współczynnik *beta* lub model Sharpa.

2. Procedura wyznaczania współczynnika *beta* dla wybranych spółek

Dla zilustrowania proponowanego sposobu szacowania i oceny stabilności współczynnika *beta* oraz określania punktów zwrotnych przyjęto spółki TPSA, POLICE i PKNORLEN oraz indeks giełdowy WIG20 jako miarę rynku. Wykorzystano tygodniowe stopy zwrotu. Badaniem objęto okres od 2 stycznia 2007 roku do 7 listopada 2008 roku (460 obserwacji). Na rysunkach 1–3 przedstawiono kształtowanie się tygodniowej stopy zwrotu dla wybranych spółek. Już z pobieżnej analizy wykresów wynika, że przyjęcie liniowej postaci modelu Sharpa nie jest uzasadnione. Oszacowanie modelu dla całego okresu prowadzi do rezultatów zamieszczonych w tabeli 1. Analiza parametrów struktury stochastycznej modelu oraz testu t-Studenta wskazuje, że ze statystycznego punktu widzenia dopasowanie modeli nie może być uznane za poprawne.

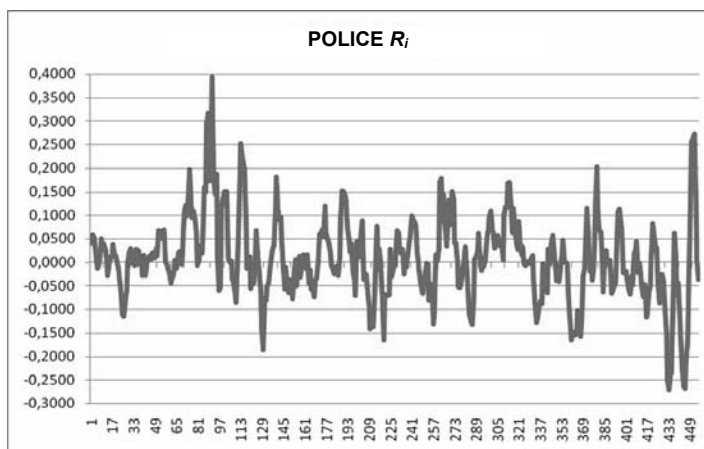
⁴ Zob. [Maddala 2006, s. 113–117].

Rys. 1. Kształtowanie się tygodniowej stopy zwrotu spółki TPSA w okresie od 2.01.2007 roku do 7.11.2008 roku



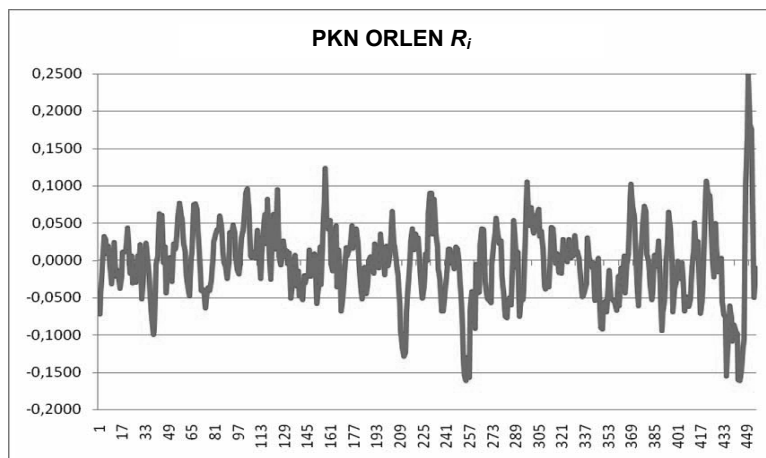
Źródło: opracowanie własne.

Rys. 2. Kształtowanie się tygodniowej stopy zwrotu spółki POLICE w okresie od 2.01.2007 roku do 7.11.2008 roku



Źródło: opracowanie własne.

Rys. 3. Kształtowanie się tygodniowej stopy zwrotu spółki PKNORLEN w okresie od 2.01.2007 roku do 7.11.2008 roku



Źródło: opracowanie własne.

Tabela 1. Oszacowane dla tygodniowej stopy zwrotu modele Sharpa dla analizowanych spółek za okres 2.01.2007–7.11.2008 roku

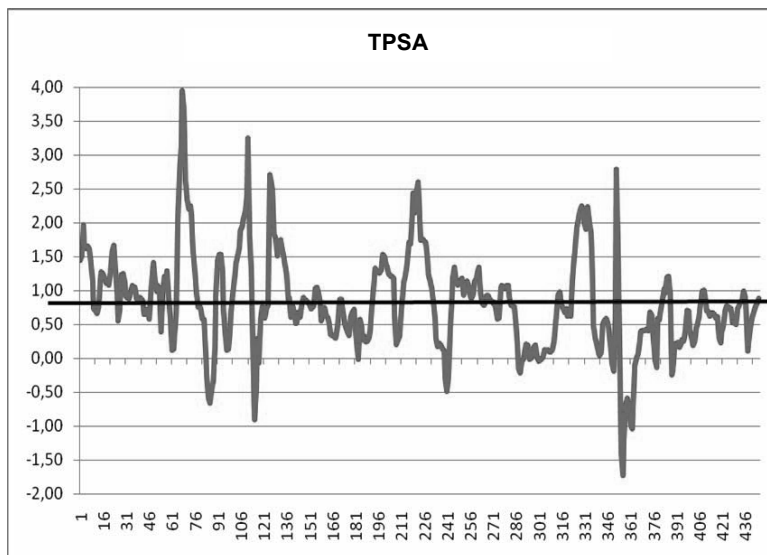
Wyszczególnienie	β	F	Istotność F	R^2	S_e
TPSA	0,70	370,31	0,0000	0,4498	0,0329
$t(\alpha)$	19,24				
POLICE	1,07	161,85	0,0000	0,2632	0,0760
$t(\alpha)$	12,72				
PKNORLEN	0,91	558,59	0,0000	0,5522	0,0348
$t(\alpha)$	23,63				

Źródło: obliczenia własne.

Zgodnie z zaproponowaną procedurą, wyznaczono w sposób „rolowany” 10-okresowe modele. Na rysunkach 4–12 przedstawiono kształtowanie się współczynników β , R^2 oraz ΔR^2 w badanym okresie dla wybranych spółek. Analiza danych zamieszczonych na rysunkach 4–6 wskazuje na zasadność wyznaczania współczynnika β w proponowany sposób. Pogrubioną linią zaznaczono wartość współczynnika β wyznaczoną dla całej próby. Różnice są istotne. Dla spół-

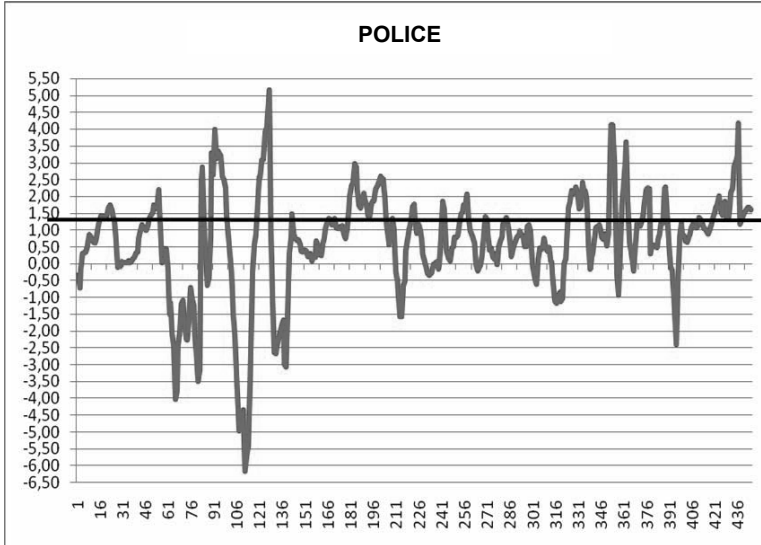
ki TPSA największa wartość *beta* w badanym okresie wyniosła 3,95, najmniejsza $-1,72$ przy wartości dla całek próby równej $0,7$; dla spółki POLICE największa $5,16$, najmniejsza $-6,17$ przy $1,07$ dla całek próby; dla spółki PKNORLEN największa $3,4$, najmniejsza $-1,28$ przy $0,91$ dla całek próby. Można wyznaczyć również przeciętną wartość *beta* dla badanego okresu, wykorzystując do tego celu tylko te oszacowane modele, dla których poziom dopasowania mierzony za pomocą R^2 nie jest niższy niż $0,8$. Kształtowanie się wartości współczynnika R^2 dla oszacowanych modeli przedstawiono na rysunkach 7–9. W tabeli 2 podano wartości współczynnika *beta* wyznaczone jako średnia arytmetyczna dla tych współczynników, gdy poziom R^2 był równy co najmniej $0,8$. Wartość współczynnika wyznaczona w taki sposób jest znacznie bardziej obiektywna i wiarygodna niż na podstawie całej próby. We wszystkich badanych przypadkach współczynniki *beta* są niedoszacowane, a największa różnica niedoszacowania jest dla spółki TPSA.

Rys. 4. Kształtowanie się współczynnika *beta* dla spółki TPSA
w okresie od 2.01.2007 roku do 7.11.2008 roku



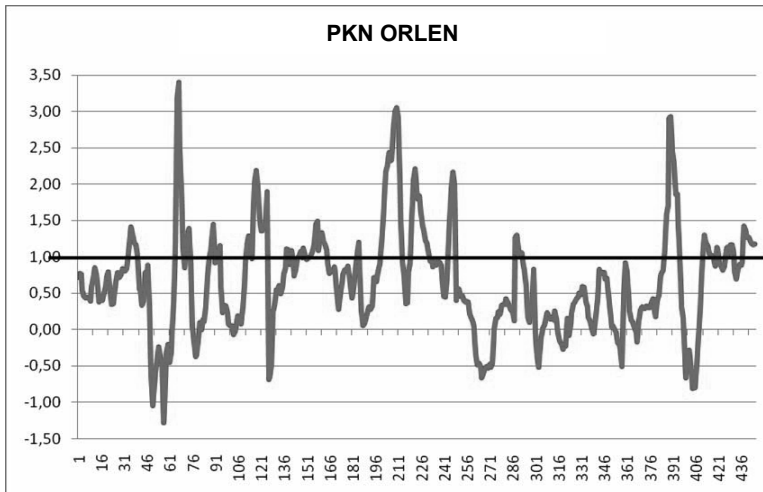
Źródło: opracowanie własne.

Rys. 5. Kształtowanie się współczynnika β dla spółki POLICE w okresie od 2.01.2007 roku do 7.11.2008 roku



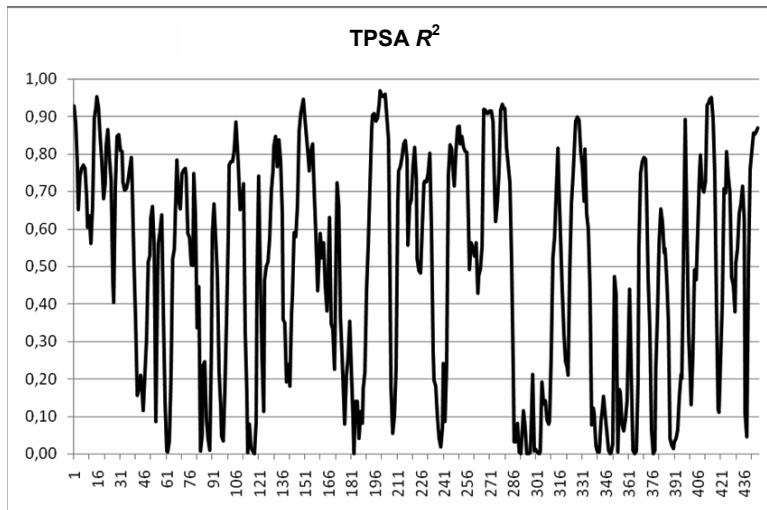
Źródło: opracowanie własne.

Rys. 6. Kształtowanie się współczynnika β dla spółki PKNORLEN w okresie od 2.01.2007 roku do 7.11.2008 roku



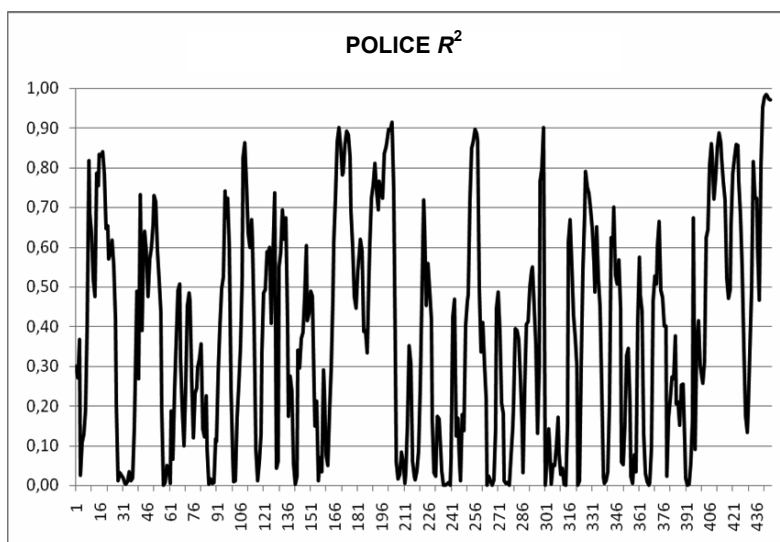
Źródło: opracowanie własne.

Rys. 7. Kształtowanie się współczynnika R^2 dla spółki TPSA
w okresie od 2.01.2007 roku do 7.11.2008 roku



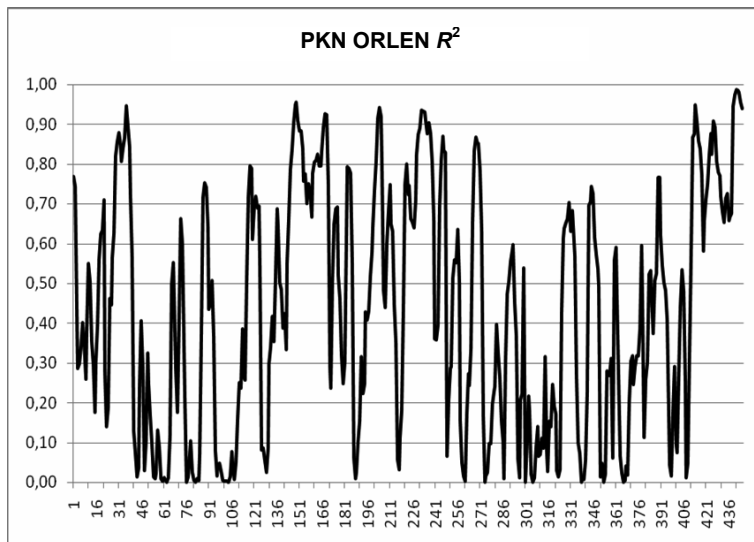
Źródło: opracowanie własne.

Rys. 8. Kształtowanie się współczynnika R^2 dla spółki POLICE
w okresie od 2.01.2007 roku do 7.11.2008 roku



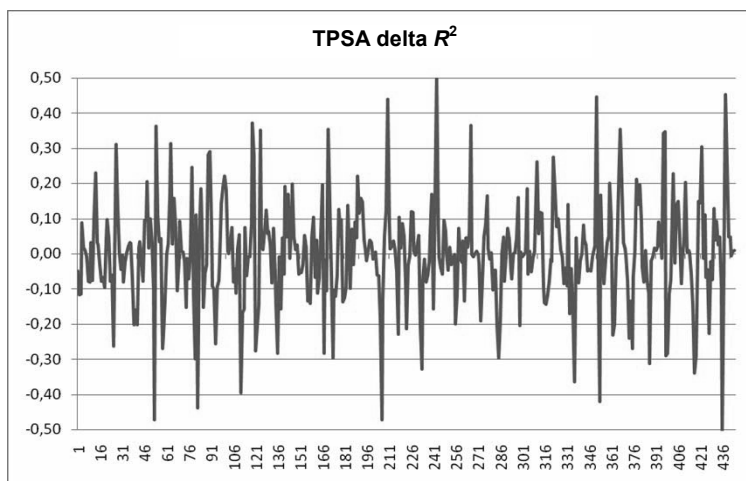
Źródło: opracowanie własne.

Rys. 9. Kształtowanie się współczynnika R^2 dla spółki PKNORLEN w okresie od 2.01.2007 roku do 7.11.2008 roku



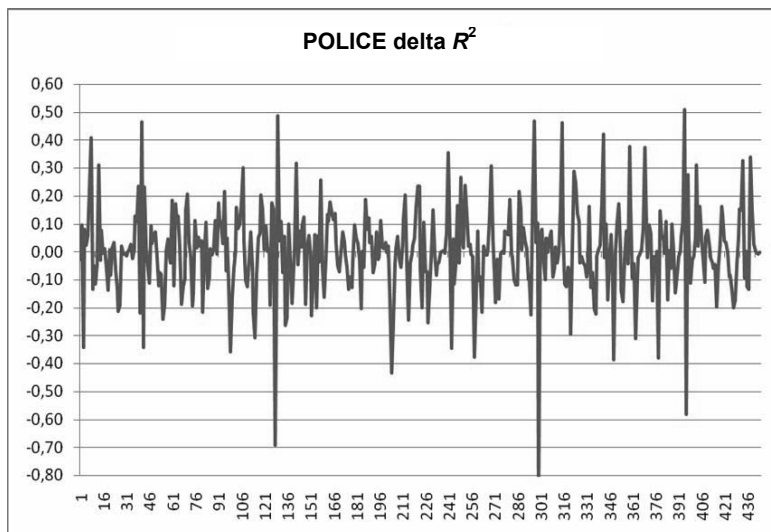
Źródło: opracowanie własne.

Rys. 10. Kształtowanie się ΔR^2 dla spółki TPSA dla oszacowanych modeli



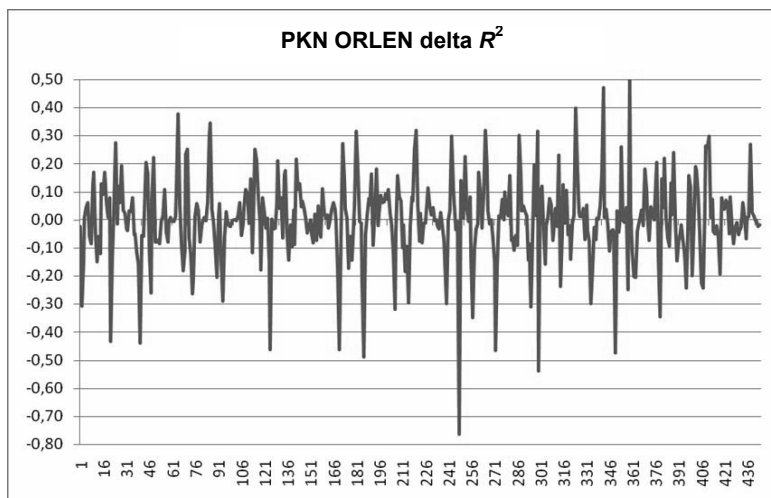
Źródło: opracowanie własne.

Rys. 11. Kształtowanie się ΔR^2 dla spółki POLICE dla oszacowanych modeli



Źródło: opracowanie własne.

Rys. 12. Kształtowanie się ΔR^2 dla spółki PKNORLEN dla oszacowanych modeli



Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2. Średnia wartość współczynnika *beta* dla badanych spółek wyznaczona na podstawie modeli o współczynniku R^2 równym co najmniej 0,8

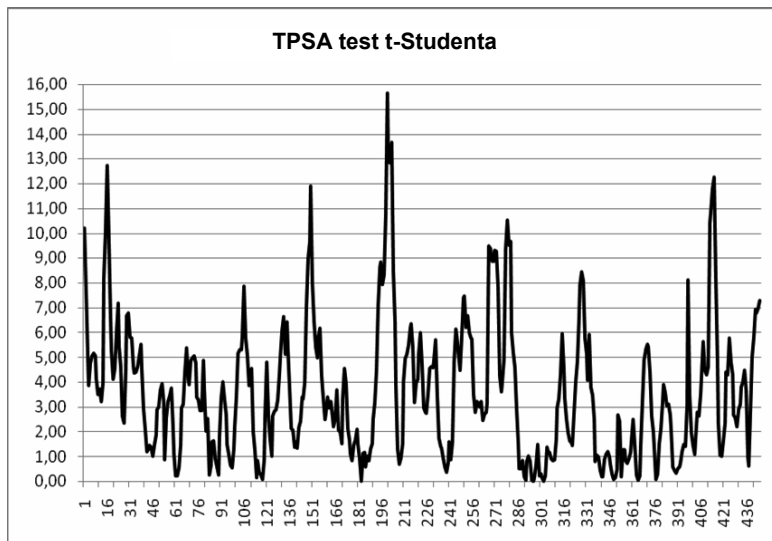
Wyszczególnienie	TPSA (84/445)	POLICE (44/445)	PKNORLEN (68/445)
Cały okres	0,70	1,07	0,91
Średnia dla modeli z $R^2 \geq 0,8$	1,20	1,28	1,08
Różnica	-0,50	-0,21	-0,17

Źródło: obliczenia własne.

Różnice między kolejnymi wartościami współczynnika R^2 zamieszczono dla badanych spółek na rysunkach 9–12. Badanie kształtowania się tych różnic można wykorzystać do określenia punktów zwrotnych zmiany trendu dla stopy zwrotu i istotnej zmiany wartości współczynnika *beta*. Maksymalna różnica R^2 między kolejnymi modelami dla spółki TPSA jest ujemna i wynosi -0,51, dodatnia 0,50, dla spółki POLICE ujemna -0,90, dodatnia 0,51, dla spółki PKNORLEN ujemna -0,76, dodatnia 0,50. Jednoznacznie potwierdza to konieczność innego niż klasyczny sposób wyznaczania wartości współczynnika *beta*. Problemem może być określenie, jaką wartość bezwzględną przyrostu uznać za istotną. Jest to w dużej mierze zależne od skłonności do ryzyka danego inwestora. Nie powinna to być jednak wartość mniejsza niż 0,20. Każda zmiana większa od przyjętego progu potwierdza trend lub jego zmianę. Jest to zależne od tego, jakie zmiany wpływają na ocenę współczynnika *beta*. Istotność zmian współczynnika *beta* pozwala ocenić test Chowa i test t-Studenta o równości parametrów regresji, a istotność samego współczynnika – test t-Studenta – na istotność ocen parametrów modelu Sharpa.

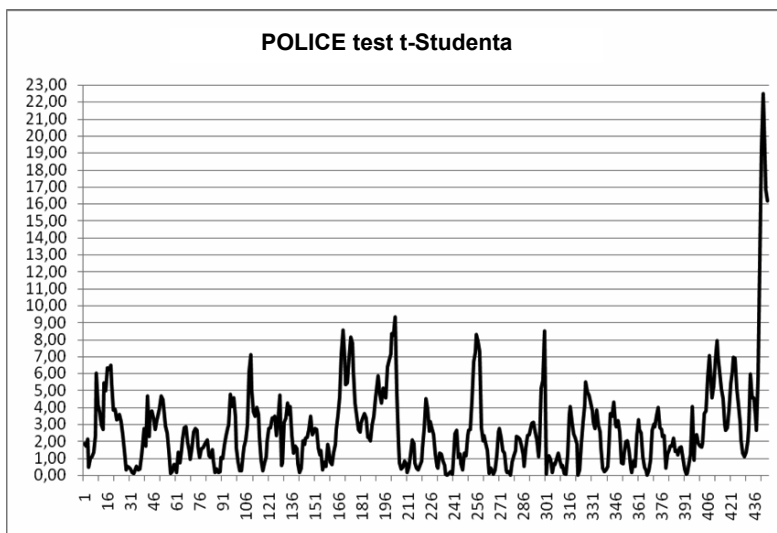
Na rysunkach 13–15 zamieszczono kształtowanie się wartości testu t-Studenta na istotność współczynnika *beta*. Kształtowanie się danych na tych wykresach potwierdza wnioski z badania istotnych zmian współczynnika *beta*, R^2 i ΔR^2 . Taki kilkustopniowy system potwierdzania adekwatności wartości współczynnika *beta* znacznie zwiększa poprawny pomiar ryzyka dla danej akcji.

Rys. 13. Kształtowanie się wartości testu t-Studenta dla spółki TPSA



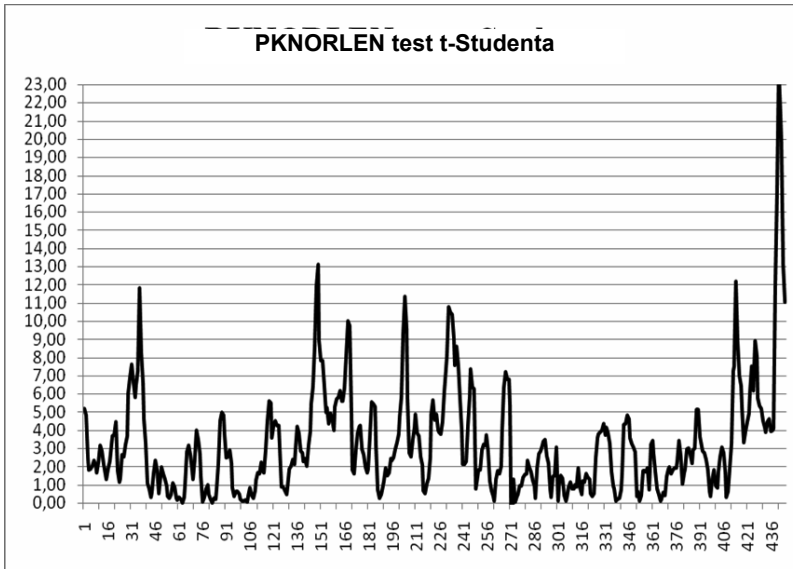
Źródło: opracowanie własne.

Rys. 14. Kształtowanie się wartości testu t-Studenta dla spółki POLICE



Źródło: opracowanie własne.

Rys. 15. Kształtowanie się wartości testu t-Studenta dla spółki PKNORLEN



Źródło: opracowanie własne.

Wnioski

Wydaje się, że zaproponowane podejście pozwala zwiększyć szanse na podjęcie poprawnych decyzji inwestycyjnych za pomocą metod wykorzystujących w swojej konstrukcji współczynnik *beta*. Propozycja wyznaczania współczynnika *beta* na podstawie 10-okresowego modelu Sharpa z zastosowaniem procedury potwierdzającej opartej na analizie współczynnika R^2 przyrost współczynnika R^2 oraz test t-Studenta pozwala na obiektywną ocenę kształtowania się współczynnika *beta* dla poszczególnych spółek. Analiza zmian w odcinkach 10-okresowych jest łatwiejsza do obserwowania i pozwala na podejmowanie decyzji inwestycyjnych na podstawie wiarygodnych danych, spełniających kryteria statystycznej dobroci.

Literatura

1. Fiszeder P., *Estymacja współczynników beta na podstawie wielorównaniowego modelu GARCH*, Acta Universitatis Nicolai Copernici Ekonomi XXXVI, Uniwersytet Mikołaja Kopernika, Toruń 2005.
2. Gajdka J., Brzeszczyński J., *Estymacja parametru β przy użyciu modeli klasy ARCH*, w: *Rynek kapitałowy. Skuteczne inwestowanie*, red. W. Tarczyński, cz. I, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2007.
3. Kuziak K., *Stabilność w czasie współczynnika beta akcji*, w: *Zastosowania metod ilościowych*, red. J. Dziechciarz, Akademia Ekonomiczna, Wrocław 1999.
4. Maddala G.S., *Ekonometria*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.
5. Mazurkiewicz A., *Analiza stabilności i wrażliwości oszacowań współczynników beta przy wykorzystaniu metody opartej o przedziały kwantylowe*, w: *Rynek kapitałowy. Skuteczne inwestowanie*, red. W. Tarczyński, cz. II, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2002.
6. Tarczyński W., *Rynki kapitałowe. Metody ilościowe*, vol. II, Placet, Warszawa 1997.
7. Witkowska D., *Badanie stabilności współczynnika beta oszacowanego na podstawie prób o różnej długości*, w: *Rynek kapitałowy. Skuteczne inwestowanie*, red. W. Tarczyński, Studia i Prace WNEiZ nr 9, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2008.

ANOTHER PROPOSAL OF EVALUATION THE BETA COEFFICIENT ON THE POLISH CAPITAL MARKET

Summary

The Sharpe model is among the most important investment tools on the capital market. The problem involved in its application is the lack of criteria allowing for a straightforward choice of series length to estimate the model as well as the appearing instability of the *beta* coefficient, the greater with the growing length of the time series. The article proposes a procedure of determining the *beta* co-efficient that enables the elimination of these inconveniences. The method was presented on the example of companies listed on the Warsaw Stock Exchange from January 2nd 2007 to November 7th 2008.

Translated by Waldemar Tarczyński

