

## Klasyczne metody wyceny opcji realnych a dwukrotna symulacja Monte Carlo – analiza założeń\*

Marcin Pawlak\*\*

**Streszczenie:** Celem artykułu jest przedstawienie różnic w założeniach metod stosowanych do wyceny opcji realnych. We wstępie zawarto przegląd dotychczasowej praktyki wyceny opcji realnych, a następnie zaprezentowano koncepcję dwukrotnej symulacji Monte Carlo. Następnie poprzez zestawienie klasycznych metod wyceny, a więc modelu Blacka-Scholesa, metod opartych na drzewach dwumianowych oraz symulacji Monte Carlo z dwukrotną symulacją Monte Carlo (2MC) dokonano porównania tych metod. Założenia podzielono na cztery obszary, które będą dotyczyły: podstawowych założeń, parametrów wyceny, analizy wykonania opcji, a także praktycznego zastosowania. Zweryfikowano także brzmiącą następująco hipotezę: dwukrotna symulacja Monte Carlo jest lepiej dopasowana do sytuacji występujących w projektach inwestycyjnych zawierających elastyczność decyzyjną niż klasyczne metody wyceny opcji realnych.

**Słowa kluczowe:** opcje realne, inwestycje, wycena, opcje finansowe, dwukrotna symulacja Monte Carlo

### Wprowadzenie

Zwolennicy teorii opcji realnych argumentują ich wykorzystanie w zarządzaniu oraz ocenie efektywności inwestycji przede wszystkim niedoskonałością klasycznych metod (takich jak np. NPV) stosowanych do analizy strategicznych projektów w warunkach narastającego ryzyka (np. Mizerka 2010, s. 1; Myers 2001, s. 19–32). Opcje realne w swoim założeniu mają kwantyfikować możliwość przyszłego wzrostu przedsiębiorstwa wynikającą z podejmowanego przedsięwzięcia inwestycyjnego i dodawać wartość elastycznego zarządzania inwestycją podczas jej trwania (Ziarkowski 2004, s. 34–35). Do tego celu zaadaptowano powszechnie znane metody wyceny opcji występujących na rynku finansowym, a więc analityczny model Blacka-Scholesa (Black, Scholes 1973, s. 637–654), jego dyskretną postać – drzewo dwumianowe<sup>1</sup> (Cox, Ross, Rubinstein 1979, s. 229–263) oraz symulację Monte Carlo (Gamba 2003). Wycenę oparto więc na analogii elastycznej sytuacji decyzyjnej występującej w projektach inwestycyjnych do instrumentu pochodnego o niesymetrycznym

\* Publikacja jest efektem projektu badawczego finansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki, projekt badawczy nr N N113 344140, pt. „Metodologia wyceny opcji realnych wykorzystująca dwukrotną symulację Monte Carlo”.

\*\* mgr Marcin Pawlak, Uniwersytet Szczeciński, Wydział Nauk Ekonomicznych i Zarządzania, e-mail: m.pawlak@fmc.home.pl.

<sup>1</sup> W tym: metoda ekwiwalentu opcji i metoda obojętności wobec ryzyka.

profilu wypłaty, który umożliwia zakup lub sprzedaż instrumentu bazowego po ustalonej wcześniej cenie, w ustalonym okresie (zob. Jajuga 1998, s. 181). O ile model Blacka-Scholesa oraz metoda drzewa dwumianowego czy metoda symulacji Monte Carlo<sup>2</sup> doskonale sprawdzają się na rynku finansowym (Bodie, Kane, Marcus 2008, s. 751–771), o tyle założenia, które umożliwiły ich sformułowanie powodują wiele trudności w wycenie opcji realnych (zob. Borison 2005, s. 17–31; Wiśniewski 2008, s. 261–285). Warunki, które ograniczają proces wyceny, były przyczyną tworzenia nowych podejść do szacowania wartości parametrów wyceny opcji realnych<sup>3</sup>, które coraz bardziej upraszczały pierwotne założenia (m.in. co do istnienia aktywa bliźniaczego). Kolejnym naturalnym krokiem była propozycja odejścia od dotychczasowej praktyki wyceny i stworzenie nowej metody wyceny opcji realnych bazującej na założeniach wynikających bezpośrednio z charakterystyki projektów inwestycyjnych i ich dynamicznego otoczenia gospodarczego.

## 1. Dwukrotna Symulacja Monte Carlo – koncepcja metody

Koncepcja Dwukrotnej Symulacji Monte Carlo (2MC) jest uzupełnieniem powszechnie znanej metody oceny efektywności inwestycji NPV o zintegrowane techniki analizy ryzyka i polega na połączeniu trzech założeń (zob. Wiśniewski 2008, s. 395–407):

1. Podejście MAD, gdzie najlepszym aktywem bliźniaczym planowanego projektu jest sam projekt, a oszacowaniem wartości projektu – jego wycena metodami dyskontowymi. Zmiany wartości projektu wynikają ze złożenia stochastycznych parametrów wejściowych w symulacyjnym modelu oceny efektywności inwestycji (Copeland, Antikarov 2001, s. 244–253).
2. Drzewa decyzyjne służą do opisu opcji realnej. Decyzja o wykonaniu opcji zapada w węzle drzewa zawartego w symulacyjnym modelu oceny efektywności inwestycji i zależy od warunku opartego na stochastycznej zmiennej decyzyjnej.
3. Symulacja Monte Carlo jako narzędzie umożliwiające analizę ilościową. Do wyceny opcji realnych budowane są dwa symulacyjne modele oceny efektywności inwestycji. Pierwszy z nich opisuje projekt inwestycyjny bez możliwości wykonania opcji w trakcie jego realizacji. Drugi model jest rozszerzony o możliwość wykonania opcji w zależności od wartości parametru decyzyjnego. Wartość opcji realnej jest wynikiem porównania otrzymanych wartości oczekiwanych z obu modeli.

Algorytm wyceny opcji realnych za pomocą 2MC ma następujące etapy:

1. Budowa symulacyjnego modelu oceny efektywności inwestycji nie zawierającej opcji realnej:

---

<sup>2</sup> Wymienione metody wyceny opcji realnych bazujące na analogii opcji finansowych w dalszej części artykułu nazywane będą klasycznymi metodami wyceny opcji realnych.

<sup>3</sup> Podejścia do szacowania parametrów wyceny: klasyczne, subiektywne, urynkowione (MAD), klasyczne zrewidowane, zintegrowane.

- a) oszacowanie parametrów stochastycznych i deterministycznych zmiennych wejściowych;
  - b) stworzenie modelu oceny efektywności inwestycji oddającego charakterystykę projektu;
  - c) wykonanie symulacji na modelu; złożenie parametrów modelu zgodnie z teorią konsolidacji czynników ryzyka Copelanda i Antikarova pozwala wnioskować o ryzyku inwestycji, a wykorzystanie symulacji Monte Carlo umożliwi wyliczenie wartości oczekiwanej projektu (NPV).
2. Budowa symulacyjnego modelu oceny efektywności inwestycji zawierającej opcję realną:
- a) rozszerzony model finansowy powinien być oparty na tych samych zmiennych stochastycznych, co model bez opcji;
  - b) dodanie do modelu finansowego opcji realnej, wykonywanej warunkowo na podstawie zmiennej decyzyjnej (wybranego np. na podstawie analizy wrażliwości stochastycznego parametru wejściowego);
  - c) wykonanie opcji w projekcie wpływa na jego wartość oczekiwaną (ENPV) w sposób zależny od wylosowanych parametrów wejściowych i charakteru opcji;
  - d) brak wykonania opcji powoduje, że otrzymany z rozszerzonego modelu wynik będzie równy wartości oczekiwanej z modelu bazowego pomniejszonej o ewentualne koszty pozyskania i utrzymania opcji.
3. Interpretacja otrzymanych wyników:
- a) wartość opcji realnej stanowi różnicę pomiędzy wartościami oczekiwanymi otrzymanymi z rozszerzonego modelu, zawierającego elastyczność decyzyjną (ENPV) i modelu bazowego (NPV); dla każdej iteracji możliwe jest wyliczenie wartości opcji realnej, a więc możliwe jest wyznaczenie funkcji gęstości ROV;
  - b) interpretacja wyników NPV, ENPV i ROV bazuje na podstawowych parametrach statystyki opisowej;
  - c) możliwe jest pozyskanie dodatkowych informacji z modelu dotyczących np. prawdopodobieństwa i momentu wykonania opcji.

## **2. Porównanie kluczowych założeń wyceny opcji realnych za pomocą 2MC i klasycznych metod**

Pomiędzy przedstawionym algorytmem 2MC a klasycznymi metodami wyceny opcji występuje wiele różnic. Wynikają one w dużej mierze z przyjmowanych założeń oraz dopasowania do sytuacji decyzyjnej towarzyszącej elastycznym projektom inwestycyjnym. Założenia 2MC są zgodne z założeniami metody NPV, a więc są dużo mniej restrykcyjne niż w dotąd stosowanych klasycznych metodach wyceny opcji realnych. W tabeli 1 przedstawiono porównanie podstawowych założeń wyceny opcji realnych za pomocą 2MC i klasycznych metod.

**Tabela 1**

Porównanie podstawowych założeń wyceny opcji realnych za pomocą 2MC i klasycznych metod

Podstawowe założenia	Klasyczne metody	2MC
Efektywność rynków kapitałowych, podatki i koszty transakcyjne	zakłada się efektywność rynków kapitałowych, nie występują podatki i koszty transakcyjne	efektywność rynków kapitałowych poprzez koszt kapitału, podatki i koszty transakcyjne są uwzględnione
Źródło ryzyka	jedno źródło ryzyka (możliwe ujęcie wielu czynników ryzyka poprzez użycie dodatkowych technik)	możliwość złożenia wielu źródeł ryzyka wraz z korelacjami i autokorelacjami
Opis wartości aktywa bazowego	geometryczny ruch Browna ze stałym poziomem zmienności opisuje wartość aktywa bazowego	zmiany wartości projektu determinowane przez stochastyczne zmienne wejściowe
Rozkład wartości aktywa bazowego	log-normalny rozkład wartości aktywa bazowego	rozkład wynikowy generowany na podstawie stochastycznych danych wejściowych

Źródło: opracowanie własne.

Podstawowym założeniem klasycznych metod wyceny opcji realnych jest możliwość utworzenia w każdym momencie czasu portfela zabezpieczającego przed ryzykiem opcji (zob. Black, Scholes 1973, s. 637–654). Brak kosztów transakcyjnych i podatków, a więc brak możliwości arbitrażu ma umożliwić dokonanie dowolnej liczby transakcji kupna i sprzedaży instrumentów finansowych na efektywnym rynku finansowym tak, aby dopasować portfolio do ryzyka opcji (zob. Mizerka 2005, s. 86–94). W praktyce to założenie jest niemal niemożliwe do spełnienia, wobec czego powstało kilka rozwiązań tego problemu bazujących m.in. na korektach stopy wolnej od ryzyka, kosztu kapitału czy też dyskont stosowanych do końcowej wartości opcji (zob. Kodukula, Papudesu 2006, s. 83–85). Metoda 2MC w tym zakresie ma podobne założenia jak metoda NPV, a więc są one częściowo spełnione (Dayananda 2002, s. 93–94).

Założenie o jednym źródle ryzyka występujące w klasycznych metodach jest spełniane w praktyce poprzez złożenie wszystkich parametrów stochastycznych w jeden czynnik ryzyka lub poprzez analizę opcji wieloczynnikowych. 2MC w procesie tworzenia modelu finansowego (NPV i ENPV) odzwierciedla ryzyka kluczowych parametrów, co pozwala poprzez wzajemne powiązania (np. korelacja, autokorelacje) na odzwierciedlenie pełnego profilu ryzyka towarzyszącego inwestycji.

Kolejne dwa założenia dotyczą aktywa bazowego, jego rozkładu i opisu wartości. Zakłada się, że w klasycznych metodach do opisu zmian wartości używany jest geometryczny ruch Browna ze stałym poziomem zmienności, który powoduje, że wartości układają się w logarytmiczno-normalny rozkład. Stosowanie geometrycznego ruchu Browna (bardzo często wykorzystywanego do wyceny instrumentów finansowych) do opisu ruchu aktywa bazowego mającego naśladować zmiany wartości inwestycji z opcją wydaje się dużym uproszczeniem. Po pierwsze ze względu na to, że sytuacja gospodarcza jest uzależniona od wielu czynników, które powodują, że występują okresy większej i mniejszej zmienności,

co wyklucza stały poziom zmienności. Po drugie, w odróżnieniu od instrumentów z rynków finansowych na wartość inwestycji wpływają inne parametry, które powodują, że instrument bazowy ma inną specyfikę, np. cykl życia czy zdarzenia nadzwyczajne (zob. Bowman, Moskowitz 2001, s. 775). Po trzecie, nie ma pewności, czy geometryczny ruch Browna jest odpowiednim narzędziem do opisu zmienności aktywa bazowego, zwłaszcza że istnieją modele wyceny opcji bazujące na innych procesach stochastycznych, np. GBM z powrotem do średniej (Wiśniewski 2008, s. 262). Pomimo tych zastrzeżeń większość wyceniających opcje realne posługuje się geometrycznym ruchem Browna jako przybliżeniem zmian wartości aktywa bazowego. 2MC, dzięki innemu algorytmowi wyceny, omija ten problem – zmiany wartości inwestycji z opcją są wynikiem zmian stochastycznych parametrów wejściowych, co powoduje dopasowanie rozkładu i charakterystyki przepływów pieniężnych do realnej sytuacji gospodarczej.

Wycena opcji realnych klasycznymi metodami napotyka na bardzo wiele trudności związanych z szacowaniem parametrów. Dzieje się tak głównie ze względu na przyjęte założenia (tab. 2).

**Tabela 2**

Porównanie wybranych założeń wyceny opcji realnych za pomocą 2MC i klasycznych metod – parametry wyceny

Parametry wyceny	Klasyczne metody	2MC
Wartość aktywa bazowego	często konieczność znalezienia aktywa bazowego lub aktywa bliźniaczego	wartość projektu wyliczona z modelu jako aktywo bazowe
Sposób obliczania zmienności	wyznaczana za pomocą danych historycznych (w tym proxy), arbitralnie i poprzez złożenie (zob. Kotzé 2001; Pawlak 2011, s. 287–297)	jako złożenie wszystkich modelowanych parametrów
Poziom zmienności	stały w czasie	determinowany przez parametry wejściowe – parametr zmienny w czasie
Cena wykonania	znana i stała cena wykonania (np. deterministyczne nakłady inwestycyjne)	dowolność modelowania ceny wykonania – deterministyczny lub stochastyczny parametr

Źródło: opracowanie własne.

Wybór podejścia do wyceny opcji realnych klasycznymi metodami zależy od możliwości znalezienia aktywa bazowego lub bliźniaczego, co z reguły nastręcza wiele trudności, a czasem bywa wręcz niemożliwe. Istnieje pięć podstawowych podejść do wyceny: klasyczne, klasyczne zrewidowane, subiektywne, zintegrowane i rynkowe (MAD). Każde z nich zawiera inne rekomendacje co do tego, czym aktywo bliźniacze może być (Rudny 2009, s. 131–137). Może się zdarzyć, że pomimo ustalenia aktywa bliźniaczego może ono nie odwzorowywać w należyty sposób zmian wartości projektu inwestycyjnego z uwagi na ryzyko specyficzne związane z realizacją danego unikalnego projektu, ryzyko bazowe, które wiąże się z brakiem standaryzacji aktywa bliźniaczego, a także wyciekami wartości

związanymi ze zmniejszeniem wartości projektu w wyniku działań konkurencji (zob. Wiśniewski 2008, s. 279). W praktyce w większości wycen wykorzystuje się podejście MAD, które zakłada, że najlepszym aktywem bliźniaczym jest wartość projektu wyliczona metodami dyskontowymi. Podobnie jest w przypadku wykorzystania 2MC, gdzie wartość aktywa bazowego i jego zmienność wyliczana jest symulacyjnymi metodami, jako złożenie parametrów wejściowych.

Klasyczne metody wyceny wymagają, aby cena wykonania opcji była parametrem znanym i stałym w czasie. W praktyce, ze względu na zmienną koniunkturę gospodarczą, cena wykonania opcji związana często np. z dodatkowymi nakładami inwestycyjnymi jest nieznaną, a do tego obciążoną ryzykiem. Aby ominąć to założenie, w klasycznych metodach stosowane są drzewa dwumianowe (zob. Kodukula, Papudesu 2006, s. 101–141), a w 2MC podobny efekt uzyskuje się poprzez odpowiednie modelowanie zmiennej decyzyjnej i ceny wykonania opcji, o czym informuje tabela 3.

**Tabela 3**

Porównanie wybranych założeń wyceny opcji realnych za pomocą 2MC i klasycznych metod – analiza wykonania opcji

Wykonanie opcji	Klasyczne metody	2MC
Styl wykonania opcji	europejski i amerykański	bermudzki
Zmienna decyzyjna	nieobserwowalna wartość aktywa bazowego (wartości projektu) jako zmienna decyzyjna	obserwowalna zmienna decyzyjna – realna zmienna wpływająca na wartość projektu
Wartość projektu w momencie wykonania	deterministyczna	stochastyczna
Analiza wartości po wykonaniu opcji	koniec analizy w momencie wykonania opcji (wartość w momencie wykonania)	po wykonaniu opcji obserwacja wartości do końca trwania projektu
Wykonanie opcji	jednokrotne, możliwe wielokrotne w przypadku złożenia opcji	możliwe wielokrotne

Źródło: opracowanie własne.

Różnice pomiędzy 2MC a klasycznymi metodami wyceny widać także podczas wykonywania opcji. Klasyczne metody bazują na porównaniu deterministycznej wartości aktywa bazowego do ceny wykonania opcji – na tej podstawie następuje decyzja o jej wykonaniu (Trigeorgis 2000, s. 69–120). Zmienna decyzyjna w klasycznych metodach wyceny, a więc wartość projektu, jest trudna do monitorowania – zazwyczaj pomiar wartości inwestycji wykonywany jest punktowo w kluczowych dla projektu momentach, co jest utrudnieniem dla zarządzających. W momencie wykonania opcji następuje koniec analizy projektu – otrzymujemy wartość opcji, mimo że projekt nie został zakończony, a dopiero wtedy będzie można ostatecznie zmierzyć wpływ opcji na wartość inwestycji. 2MC bazuje na zmiennej decyzyjnej, która jest zazwyczaj jednym ze stochastycznych parametrów wejściowych (np. cena) lub złożeniem dwóch lub więcej zmiennych (np. przychody ze sprzedaży = cena × sprzedaż). Wykonanie opcji ma charakter bermudzki, a więc jest możliwe w określonych

punktach czasowych (często występujących regularnie). Po przekroczeniu wyznaczonego granicznego poziomu parametru decyzyjnego następuje wykonanie opcji, czyli np. zostają poniesione dodatkowe nakłady inwestycyjne, wpływają one na model finansowy np. poprzez dodatkowe przychody, zwiększenie amortyzacji, kosztów stałych itp., co w rezultacie przekłada się na wartość końcową projektu. Analiza wartości opcji kończy się w momencie zakończenia inwestycji i uwzględnia dzięki symulacji Monte Carlo sytuacje, w których opcja została wykonana (i dzięki wykonaniu zwiększyła się lub zmniejszyła wartość projektu), a także sytuację, w której nie została wykonana. Daje to zarządzającym więcej danych i pozwala na szersze zastosowanie (tab. 4).

**Tabela 4**

Porównanie podstawowych założeń wyceny opcji realnych za pomocą 2MC i klasycznych metod – zastosowanie w praktyce

Zastosowanie w praktyce	Klasyczne metody	2MC
Identyfikacja opcji	konieczna	możliwość wyceny sytuacji decyzyjnych podobnych do opcji
Sposób wyceny opcji złożonych	adaptacja teorii i metod wyceny do konkretnych przypadków opcji i ich złożzeń	modelowanie złożzeń opcji oraz opcji o wielu źródłach ryzyka
Optymalny moment wykonania opcji	trudny do ustalenia optymalny moment wykonania opcji	możliwość określenia optymalnego momentu wykonania na podstawie obserwacji kluczowych parametrów
Wynik wyceny	wartość opcji na moment wykonania	rozkłady wartości opcji, modelu bazowego i z opcją, zmiennej decyzyjnej, prawdopodobieństwo wykonania opcji itp.

Źródło: opracowanie własne.

Gdy rozpoczyna się procedurę wyceny klasycznymi metodami, jedną z pierwszych rzeczy, jakie należy zrobić, jest określenie, czy dana sytuacja decyzyjna, zidentyfikowana elastyczność jest opcją realną, a jeśli jest, to określić jej typ i wybrać odpowiedni model wyceny. Gdy występują opcje wieloczynnikowe, złożenia opcji lub inne, bardziej złożone przypadki, konieczna jest adaptacja algorytmu wyceny do zastanej sytuacji. 2MC daje możliwość wyceny sytuacji, które opcją realną nie są, a które wiążą się z sytuacją decyzyjną zawierającą elastyczność (np. *shadowoptions* – szerzej w: Gentry 2006). Sytuację „parapocynną” modeluje się bardzo podobnie, jak opcję realną. 2MC umożliwi także w łatwy sposób zawarcie kilku opcji w modelu finansowym i w procesie symulacji wyliczenie łącznej wartości elastyczności, a także każdej z możliwości osobno. Pojemność informacyjna wyników otrzymywanych przy pomocy 2MC jest ze względu na przyjętą metodę (a więc modelowanie finansowe np. w arkuszu xls.) jest zdecydowanie większa – można otrzymać dodatkowe informacje, które nie są dostępne przy wycenie klasycznymi metodami. Końcowy wynik to nie tylko wartość opcji na moment wykonania (jak w klasycznych metodach), ale także rozkłady wartości opcji, modelu bazowego i modelu z opcją, zmiennej decyzyjnej, prawdopodobieństwo wykonania opcji, prawdopodobieństwo „dobrego” wykonania



opcji. Co więcej, możliwe jest także wyliczenie optymalnego momentu wykonania opcji lub stwierdzenie, że wykonanie opcji jest nieopłacalne. Jest to więc zupełnie inne podejście od tego, gdy decyzja kadry zarządzającej o wykonaniu opcji zapada niemal automatycznie (zob. Coff, Laverty 2001, s. 73–75).

## Uwagi końcowe

Na bazie przeprowadzonej analizy można stwierdzić, iż 2MC jest lepiej dopasowana do sytuacji występujących w projektach inwestycyjnych zawierających elastyczność decyzyjną niż klasyczne metody wyceny opcji realnych. Założenia 2MC przekładają się bezpośrednio na prostotę w praktycznym zastosowaniu. Ze względu na lepiej dopasowane do realnych sytuacji decyzyjnych założenia, zdecydowanie mniej restrykcyjne od tych, które są podstawą dla klasycznych metod wyceny, wynika prostszy i łatwiejszy w modyfikacjach algorytm wyceny. Dopuszcza on m.in. wycenę elastyczności występującej w sytuacjach decyzyjnych podobnych do opcji realnych, a więc umożliwia szerszą i bardziej intuicyjną aplikację. Szacowanie parametrów wejściowych na podstawie danych rynkowych doskonale znanych menedżerom i podejmowanie decyzji na podstawie obserwowalnego parametru sprawia, że 2MC omija trudności towarzyszące wycenie klasycznymi metodami. Większa pojemność informacyjna 2MC, dająca możliwość analizy wielu parametrów, zmiennej decyzyjnej, wartości projektu, także po wykonaniu opcji jest wynikiem wdrożenia elastycznej metody wyceny.

## Literatura

- Black F., Scholes M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81, 637–654.
- Bodie Z., Kane A., Marcus A.J. (2008). *Investments* (7th ed.). New York: McGraw-Hill/Irwin.
- Borison A. (2005). Real Options Analysis: Where are the Emperor's Clothes? *Journal of Applied Corporate Finance*, 17 (2), 17–31.
- Bowman E.H., Moskowitz G.T. (2001). Real Options Analysis and Strategic Decision Making. *Organization Science*, 12 (6), 772–777.
- Copeland T., Antikarov V. (2001). *Real Options: a Practitioner's Guide*. New York: Texere.
- Coff R.W., Laverty K.J. (2001). Real Options on Knowledge Assets: Panacea or Pandora's Box? *Business Horizons*, 73–75.
- Cox J.C., Ross S., Rubinstein M. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7 (3), 229–263.
- Dayananda D. (2002). *Capital Budgeting: Financial Appraisal of Investment Projects*. Cambridge University Press.
- Gamba A. (2003). *Real Options Valuation: A Monte Carlo Approach*. Faculty of Management, University of Calgary WP No. 2002/3. EFA 2002 Berlin Meetings Presented Paper. Pobrano z: <http://ssrn.com/abstract=302613>.
- Gentry R.J. (2006). *Aspirations and Real Options: A Behavioral Theory of Strategic Decision Making*. A dissertation presented to the graduate school of the University of Florida in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy.
- Jajuga K., Jajuga T. (1998). *Inwestycje. Instrumenty finansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Kotzé A.A. (2001). *Certain Uncertain Volatility Constantly*. Pobrano z: [www.quantonline.co.za/documents/Volatility2Vol.pdf](http://www.quantonline.co.za/documents/Volatility2Vol.pdf).



- Mizerka J. (2010). Opcje rzeczywiste (rzeczowe, realne) jako metoda oceny efektywności inwestycji w warunkach niepewności (ryzyka). *Bank i Kredyt*, 4, 1–30.
- Mizerka J. (2005). *Opcje rzeczywiste w finansowej ocenie efektywności inwestycji*. Poznań: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu.
- Myers S.C. (2001). Finance Theory and Financial Strategy. W: E.S. Schwartz, L. Trigeorgis (red.), *Real Options and Investment under Uncertainty*, s. 19–32. Cambridge–London: MIT Press.
- Pawlak M. (2011). Podstawowe metody szacowania zmienności do wyceny opcji realnych. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, 639, *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, 37, 287–297.
- Trigeorgis L. (2000). Option-Pricing Theory and Financial Options Applications. W: *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, s. 69–120. Cambridge–London: MIT Press.
- Wiśniewski T. (2008). *Ocena efektywności inwestycji rzeczowych ze szczególnym uwzględnieniem ryzyka*. Szczecin: Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego.
- Ziarkowski R. (2004). *Opcje rzeczowe oraz ich zastosowanie w formułowaniu i ocenie projektów inwestycyjnych*. Katowice: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach.

#### THE CLASSIC METHODS OF REAL OPTION VALUATION VS DOUBLE MONTE CARLO SIMULATION – ASSUMPTIONS ANALYSIS

**Abstract:** Paper examines the differences between the assumptions associated with methods used for real options valuation. After a brief introduction, containing an overview of the current practice in valuation of real options paper presents the concept of Double Monte Carlo Simulation (2MC). Paper contains a complex comparison of assumptions which are the basis of classical methods of real options valuation (Black-Scholes model, methods based on binomial trees and Monte Carlo simulation) and Double Monte Carlo Simulation. Assumptions will be divided into four areas that will be covered: basic assumptions, valuation metrics, option exercise analysis as well as practical application. Assumption analysis leads to conclusions about the usefulness of the described methods in practice and allows to verify the hypothesis: Double Monte Carlo Simulation fit better to situations occurring in investment projects containing the flexibility of decision-making.

**Keywords:** real options, investment, valuation, financial options, Double Monte Carlo Simulation

#### Cytowanie

- Pawlak M. (2016). Klasyczne metody wyceny opcji realnych a dwukrotna symulacja Monte Carlo – analiza założeń. *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, 4 (82/1), 437–445. DOI: 10.18276/frfu.2016.4.82/1-37.

