ZESZYTY NAUKOWE UNIWERSYTETU SZCZECIŃSKIEGO nr 802
Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia nr 65 (2014)

s. 745–753

Nowe ujęcie ryzyka na rynku kapitałowym

Jerzy Tymiński*

Streszczenie: Artykuł przedstawia nowe ujęcie pomiaru ryzyka na rynku kapitałowym. W pierwszej części przybliżono możliwość opisania ryzyka przy pomocy miary nieokreśloności. Można zastosować miarę entropii, czyli miarę z zakresu teorii ilości informacji. W teorii portfelowej przyjmuje się, że decyzje inwestorskie na rynku kapitałowym mogą być podejmowane poprzez minimalizację entropii. Nowe podejście do oceny ryzyka na rynku kapitałowym dotyczy miary z zakresu teorii niezawodności. Miara ta ocenia również trwałość portfela w dłuższym okresie prognozy. Ujmuje zmiany stóp zwrotu, które będą miały charakter trendu, a nie rozkładu normalnego. Zastosowanie miary niezawodności pozwala zbudować optymalny portfel na podstawie minimalnej wartości λ (tj. wskaźnika intensywności występowania niekorzystnych stóp zwrotu z instrumentów finansowych w okresie badawczym).

Słowa kluczowe: ryzyko, portfel inwestycyjny, entropia, niezawodność

Wprowadzenie

Teoria ryzyka portfelowego jest znacznie rozbudowana, jednakowoż ogranicza się ona do problemów deterministycznych. Modele probabilistyczne ryzyka nie są powszechnie stosowane (np. *VaR* – wartość ryzykowna) (*Zarządzanie ryzykiem*... 2009). Poza tym wymagają one spełnienia założenia o normalności rozkładu stóp zwrotu analizowanych walorów, co nie zawsze jest możliwe (m.in. w przypadku ujemnych stóp zwrotu instrumentów finansowych). W miejsce tych miar ryzyka można zaproponować miary z obszaru teorii informacji – entropii oraz teorii niezawodności, które są pozbawione w większości takich mankamentów.

1. Ryzyko portfela w ujęciu miary nieokreśloności (niepewności)

W literaturze do pomiaru ryzyka na rynku kapitałowym najczęściej sugeruje się zastosowanie statystycznego podejścia, gdzie miarą ryzyka jest np. odchylenie standardowe. Podejście takie wiąże się, między innymi, z założeniem istnienia określonych rozkładów prawdopodobieństwa stóp zwrotu, np. rozkładu normalnego (Tarczyński 2001).

Pojęcie ryzyka można także rozpatrywać na gruncie teorii informacji, w której proponuje się miarę pozwalającą ustalić stopień nieokreśloności decyzji inwestycyjnej, w znaczeniu ryzyka.

* dr Jerzy Tymiński, prof. Wyższej Szkoły Gospodarki Krajowej w Kutnie, tel. 24 355 83 40.

Niepewność (nieokreśloność) jest nierozerwalnie związana z każdym zdarzeniem losowym, co utrudnia proces podejmowania decyzji. Istotnym zagadnieniem staje się konstrukcja odpowiedniej miary (*h*) i jej ilościowa ocena. Jedną z możliwych miar jest entropia, czyli miara ilości informacji, natomiast narzędziem matematycznym przydatnym do analizy zdarzeń z obszaru niepewności jest rachunek prawdopodobieństwa, umożliwiający określenie prawdopodobieństw zajścia zdarzeń losowych.

I tak (*Wybrane problemy*... 2004: 31):

1) im zdarzenie jest mniej prawdopodobne, tym większa niepewność co do jego wystąpienia:

$$h(p_1) > h(p_2) \text{ jeśli } p_1 < p_2 \tag{1}$$

gdzie *p* oznacza prawdopodobieństwo.

2) nieokreśloność zdarzenia łącznego (polegającego na równoczesnym zajściu dwóch zdarzeń 1) i 2) jest większa od sumy nieokreśloności tych zdarzeń, czyli:

$$h(p_1 p_2) > h(p_1) + h(p_2) \tag{2}$$

3) w przypadku zdarzenia pewnego Ω, nieoznaczoność powinna wynosić zero, czyli

$$h(\Omega) = 0\,.$$

Jedyną funkcją matematyczną spełniającą te wszystkie postulaty, jest funkcja zaproponowana przez Hartley'a (*Wybrane problemy*... 2004: 31):

$$h(p_i) = \log_a(1/p_i) = -\log_a p_i \tag{3}$$

gdzie *a* jest dowolną liczbą z przedziału (1, ∞).

W teorii informacji najczęściej stosuje się logarytm przy podstawie:

a = 2, wówczas jednostką informacji jest bit (szanon),

a = *e* – jednostką informacji jest nat (nit),

a = 10 – jednostką informacji jest dit (hartley).

Entropia bezwarunkowa zdarzeń ze zbioru *X* (o wartościach zmiennej losowej *X*) jest wielkością:

$$H(X) = \sum_{i=1}^{m} p_i h(p_i) \tag{4}$$

gdzie $h(p_i)$ jest niepewnością co do rezultatu rozpatrywanego zdarzenia.

Zatem jest ona średnią arytmetyczną ważoną ilości informacji otrzymanych przy zajściu poszczególnych zdarzeń o wagach równych prawdopodobieństwu tych zdarzeń (encyklopediapwn.pwn.pl).

Z kolei entropią zmiennej losowej skokowej X nazywamy wielkość $H(X)$ określoną następująco:

$$H(X) = \sum_{i=1}^{m} p_i \log_2 p_i \tag{5}$$

gdzie X jest zmienną losową, przyjmującą wartości x_i z prawdopodobieństwami

$$p_i \; (P\{X = x_i\} = p_i \text{ dla } i = 1,..., m).$$

Entropia zmiennej losowej ciągłej X opisanej gęstością prawdopodobieństwa $f(x)$ ma postać[1]:

$$H(X) = -\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \log_2 f(x) dx \tag{6}$$

w szczególności dla zmiennej losowej o rozkładzie

a) jednostajnym na przedziale <a, b>:

$$H(X) = \log_2(b - a) \tag{7}$$

b) normalnym:

$$H(X) = \frac{1}{2}\log_2(2\pi e\sigma^2) \tag{8}$$

lub

$$H(X) = \frac{1}{2}\lg_2(2\pi e) + \log_2(\sigma) \tag{9}$$

W teorii portfelowej przyjmuje się, że jeżeli inwestor rozważa instrumenty finansowe na rynku kapitałowym o takiej samej korzyści, ale charakteryzujące się różnym stopniem ryzyka, to wybiera wariant mniej ryzykowny, a w ujęciu teorii informacji, wariant o mniejszej nieokreśloności. Za kryterium optymalnej decyzji inwestycyjnej, wyboru optymalnego portfela, można wówczas uznać minimalizację entropii (miary nieokreśloności).

Warto zwrócić uwagę, że miarą dobrze obrazującą zróżnicowanie zbiorowości jest indeks entropii[2]:

$$E = [H(A)/H_{max}) \times 100\% \tag{10}$$

Jest to miara unormowana, przyjmuje wartości z przedziału $\langle 0\%, 100\% \rangle$.

[1] Entropia dla rozkładu normalnego jest równa:

$$H(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \cdot \lg_2 e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{1}{\ln 2}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \cdot \left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) dx.$$

[2] Miarę tę zaproponowała Cz. Olbrycht w: *Entropia jako miara zróżnicowania dla cech jakościowych*, Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki UŁ, seria B, nr 8, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 1976, s. 17.

Brak jakościowego zróżnicowania zbiorowości oznacza zbiorowość jednorodną. Wówczas wartość $E = 0$, gdy $H(Y) = 0$, czyli przy możliwym jednym wariancie cechy.

Entropia osiąga wartość maksymalną, jeżeli częstość występowania każdego wariantu cechy jest taka sama. Zatem maksymalna wartość indeksu E wskazuje na zupełną niejednorodność zbiorowości, na jej maksymalne jakościowo zróżnicowanie pod względem danego sposobu klasyfikacji.

Dla przykładu ocenie poddano dwa portfele rynkowe *A*, *B*, *C, D* oraz *E* w odrębnych (różniących się) sytuacjach decyzyjnych ryzyka (z punktu widzenia nieokreśloności), dla których dane zawiera tabela 1.

Tabela 1

Prawdopodobieństwa wystąpienia odpowiedniej sytuacji na rynku

Sytuacja na rynku	Prawdopodobieństwa zaistnienia określonej sytuacji na rynku				
	Portfel A	Portfel B	Portfel C	Portfel D	Portfel E
Bardzo zła	0,2	0,2	0,2	0,1	0,05
Niepomyślna	0,2	0,2	0,1	0,3	0,10
Stabilna	0,2	0,1	0,4	0,3	0,15
Dobra	0,2	0,3	0,2	0,1	0,55
Bardzo dobra	0,2	0,2	0,1	0,2	0,15

Źródło: badania własne.

Dla porównania stopnia trudności wyboru optymalnej decyzji dla tych portfeli, z punktu widzenia nieokreśloności sytuacji na rynku, wyznaczamy ich entropię ze wzoru (5) i indeksy entropii ze wzoru (10). W tabeli 2 zawarto wyniki obliczeń dla rozważanych portfeli.

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń można stwierdzić, że najniższą nieokreśloność, równą 1,84, ma portfel *E*, co oznacza największe zróżnicowanie wartości prawdopodobieństw zaistnienia odpowiednich sytuacji na rynku. Indeks entropii dla tego portfela jest również najniższy (79,40%). Najwyższy poziom entropii $H = 2{,}32$, zgodnie z przewidywaniami, ma portfel *A*, w którym występuje równomierny rozkład prawdopodobieństw. Wobec tego najwyższe ryzyko, w sensie nieokreśloności, posiada portfel *A* i kolejno: *B*, *C*, *D*, *E*.

Funkcję ryzyka w ujęciu teorii niezawodności można wyrazić jako iloraz funkcji gęstości prawdopodobieństwa zawodności do prawdopodobieństwa niezawodności. Stąd funkcję ryzyka można zapisać:

$$H^{nz}(t) = f^{nz}(t) / R^{nz}(t),$$

gdzie:

$h^{nz}(t)$ – ryzyko w teorii niezawodności,

$f^{nz}(t)$ – funkcja gęstości w teorii niezawodności,

$R^{nz}(t)$ – funkcja niezawodności.

Tabela 2

Wyniki obliczeń dla przykładu

Portfel	*Sytuacja na rynku*	p_i	$\log_2 p_i$	$-p_i \log_2 p_i$
A	bardzo zła	0,2	–2,3219	0,4644
	niepomyślna	0,2	–2,3219	0,4644
	stabilna	0,2	–2,3219	0,4644
	dobra	0,2	–2,3219	0,4644
	bardzo dobra	0,2	–2,3219	0,4644
	H_{max}			2,3219
	indeks entropii *E*			100,00
B	bardzo zła	0,2	–2,3219	0,4644
	niepomyślna	0,2	–2,3219	0,4644
	stabilna	0,1	–3,3219	0,3322
	dobra	0,3	–1,7370	0,5211
	bardzo dobra	0,2	–2,3219	0,4644
	H_{max}			2,2464
	indeks entropii *E*			96,70
C	bardzo zła	0,2	–2,3219	0,4644
	niepomyślna	0,1	–3,3219	0,3322
	stabilna	0,4	–1,3219	0,5288
	dobra	0,2	–2,3219	0,4644
	bardzo dobra	0,1	–3,3219	0,3322
	H_{max}			2,1219
	indeks entropii *E*			91,40
D	bardzo zła	0,1	–3,3219	0,3322
	niepomyślna	0,3	–1,7370	0,5211
	stabilna	0,3	–1,7370	0,5211
	dobra	0,1	–3,3219	0,3322
	bardzo dobra	0,2	–2,3219	0,4644
	H_{max}			2,1710
	indeks entropii *E*			93,50
E	bardzo zła	0,05	–4,3219	0,2161
	niepomyślna	0,10	–3,3219	0,3322
	stabilna	0,15	–2,7370	0,41,05
	dobra	0,55	–0,8625	0,4744
	bardzo dobra	0,15	–2,7370	0,4105
	H_{max}			1,8438
	indeks entropii *E*			79,40

Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem arkusza kalkulacyjnego Excel.

W teorii niezawodności (w ujęciu portfelowym) $R^{nz}(t)$ wyrażona jest formułą Wienera, postaci: $R^{nz}(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$ gdzie $\lambda(t)$ oznacza funkcję intensywności pojawienia się niekorzystnych (ujemnych bądź niskich wartości) stóp zwrotu. Wartość $\lambda(t)$ statystycznie można określić wzorem: $\overline{\lambda}(t) = -\left[\frac{N(1+\Delta)-N}{N_0+N}\right]$ (Tymiński 2013: 109), gdzie N – wyrażają zmodyfikowane współczynniki zmienności (Tymiński 2013: 100).

W pracy Tymińskiego (2013) została określona wartość $\lambda(t)$, a następnie skumulowana wartość $\lambda(t)$, czyli $\lambda s(t)$ dla akcji wyrażonej w postaci zmodyfikowanego współczynnika zmienności $\left(\frac{\sigma p}{R(t)}\right)$, dla dziesięciu okresów. Dla tych okresów przyjęto przeciętną wartość, tj. $\lambda s(10)/10$, uzyskując z kolei wartość przedziałową we wzorze Wienera. Przy czym, w wyniku przeprowadzonych badań[3], okazało się iż wskaźnik ten w ustalonym przedziale $\langle 0{:}10\rangle$ nie wykazuje rozkładu normalnego, lecz trend wykładniczy. Stąd $R^{nz}(t) = e^{\lambda s(t)}$. Konkretna wartość $\overline{\lambda}s(10) = 0,0194...$ dla akcji WWL (por. załącznik). Dowodzi to poziomu niezawodności: $R^{nz}(t)_{WWL} = e^{-0,0194...} = 0,98.$ Reasumując: akcja WWL ma poziom niezawodności wyrażony prawdopodobieństwem realizacji w wysokości 9,8% przy ryzyku 1,94%. Przeprowadzony proces badawczy dla tej akcji (także GTC oraz RPC) (por. załącznik), wyrażonej we wskaźniku $\left(\frac{\sigma p}{R(t)}\right)$, przedstawiony jest w pracy Tymińskiego (2013: 100–109).

Należy zauważyć, iż ryzyko wyrażone w funkcji wykładniczej charakteryzuje się dodatkowo stałością w czasie, to 1/l będzie oznaczać średni czas istnienia ryzyka, a więc funkcja niezawodności będzie mieć rozkład wykładniczy. Przeprowadzone badania upoważniają do przyjęcia założenia, iż kształt λs(t) jest „gładki” w końcowym odcinku okresu badawczego, co umożliwia dokonanie oceny ryzyka przy założeniu rozkładu gamma postaci:

$$f(r) = \frac{\lambda(\lambda r))^{\beta-1} e^{-\lambda(r)}}{\int_0^\infty e^{-r} r^{\beta-1} dr}.$$

W tej sytuacji można przyjąć dla parametru kształtu β = 1.

$$f(r) = \frac{\lambda(\lambda r))^{1-1} e^{-\lambda(r)}}{\int_0^\infty e^{-r} r^{1-1} dr} = \frac{\lambda \exp(-\lambda r)}{\int_0^\infty e^{-r} dr} = \frac{\lambda \exp(-\lambda r)}{\left[e^{-r}\right]_0^\infty} = \lambda \exp(-\lambda r),$$

gdzie: $r = R$ (stopa zwrotu).

[3] Zastosowanym wykładnikiem Hursta (Tymiński 2013: 27).

Stąd także:

$$F(r)=\int_0^r f(r)dr=\int_0^r \lambda\exp(-\lambda r)dr=\lambda\left[\frac{\exp(-\lambda r)}{-\lambda}\right]=\left[-\exp(-\lambda r\right]_0^r=1-\exp(-\lambda r).$$

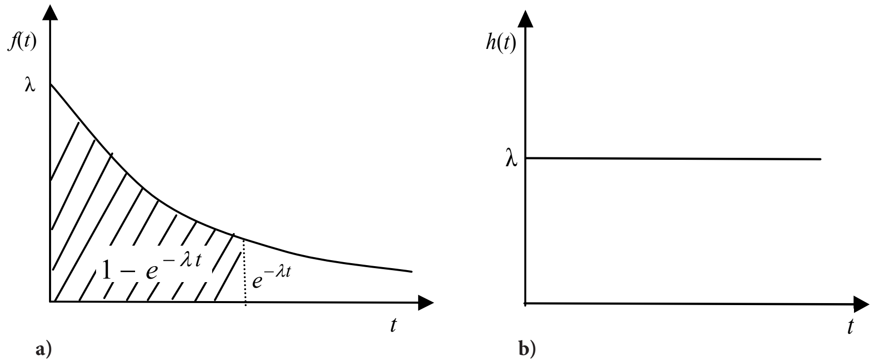
Przyjmując dalej, iż funkcja niezawodności w analizowanej sytuacji ma rozkład wykładniczy, czyli $R(r)=\exp(-\lambda r)$, możemy zapisać:

$$\lambda(r)=\frac{\lambda\exp(-\lambda r)}{\exp(-\lambda r)}=\lambda\ \ (=\text{constans}).$$

Wówczas będzie:
- funkcja gęstości $f(t)=\lambda e^{-\lambda t}$,
- funkcja rozkładu $F(t)=1-c^{-\lambda t}$,
- funkcja niezawodności $R^{nz}(t)=e^{-\lambda t}$,
- funkcja ryzyka $h(t)=\lambda$.

(parametr λ we wszystkich funkcjach oznacza intensywność występowania niekorzystnych w czasie wartości stóp zwrotu).

Funkcję wykładniczą i funkcję ryzyka przedstawiono na rysunku 1.



Rysunek 1. Funkcja wykadnicza (a) i funckja ryzyka (b)

Źródło: Badania własne.

Uwagi końcowe

Zaproponowane nowe ujęcia ryzyka w ocenie decyzyjnej inwestowania na rynku kapitałowym mają pozytywne właściwości trafnego wyboru instrumentów finansowych portfela akcji. Ujmują bowiem w znacznym stopniu sytuacje niepewności (nieokreśloności), zmienności uwarunkowań, zarówno na rynku kapitałowym, jak i gospodarce kraju. Stąd też zarówno w wyborze instrumentów finansowych, jak i konstrukcjach portfelowych na dłuższe okresy prognostyczne, należy kierować się oceną sytuacji na rynku (stosować miary entropii) bądź, przy znacznej zmienności i niekorzystnych stopach zwrotu, oceną ryzyka w ujęciu niezawodności. Zastosowanie jednakże miary niezawodnościowej powinno być poprzedzone badaniem kształtowania się (oceną rozkładu) stóp zwrotu. Tutaj ważne jest, by ukształtowanie ich miało charakter trendu, np. oceny wartości wykładnika Hursta.

Szczególnie przydatne jest ryzyko w ujęciu niezawodności, gdyż daje obiektywny obraz w ocenie postaci portfela. Określenie ryzyka w ujęciu teorii niezawodności pozwala równocześnie na określenie stopnia prawdopodobieństwa realizacji akcji w portfelu, co jest istotne dla decyzji zachowania portfela w dłuższym okresie.

Literatura

Tarczyński W., Mojsiewicz M. (2001), *Zarządzanie ryzykiem*, PWE, Warszawa.

Tymiński J., Zawiślak R. (2008), *Dwukryterialna koncepcja wyboru instrumentów finansowych dla efektywnej konstrukcji portfela i jego optymalizacja na rynku kapitałowym*, w: *Zarządzanie finansami*, red. D. Zarzecki, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.

Tymińska M. (2009), *Logistyczne projekty inwestycji i zarządzanie nimi w warunkach ryzyka*, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.

Tymiński J. (2013), *Ekonomiczne aspekty optymalizacji inwestycji długookresowych*, Wydawnictwo Wieś Jutra, Warszawa.

Wybrane problemy ilościowej analizy portfeli akcji (2004), red. D. Kopańska-Bródka, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.

Zarządzanie ryzykiem (2009), red. K. Jajuga, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Załącznik 1

Stopy zwrotu z 10 okresów miesięcznych

Spółki	Miesięczne stopy zwrotu akcji w %										
(*i*)	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	R_{10}	Średnie stopy zwrotu r_i
APL	–0,64	–3,23	–1,33	–2,36	–9,00	33,84	14,20	9,95	49,32	–6,82	8,39
BDX	3,08	–8,32	0,70	–7,62	0,00	–10,00	5,56	18,42	0,00	4,00	0,58
GRJ	–2,46	2,06	–4,48	23,94	4,17	26,18	1,15	5,41	–3,51	6,44	5,89
GTC	–2,01	18,75	1,50	6,67	–5,56	6,62	18,62	18,02	28,33	9,79	10,07
INT	–5,00	20,62	–0,43	–4,29	–11,21	82,83	4,42	47,62	0,36	7,86	14,28
JTZ	0,72	6,00	6,47	3,67	–8,55	0,13	15,33	–10,98	–10,26	6,80	0,93
KRS	7,14	–12,50	–19,52	5,33	–10,11	–5,00	4,61	0,63	–12,50	3,57	–3,84
PEO	1,13	4,88	8,64	11,01	–13,50	12,10	–0,85	–0,69	8,77	1,06	3,25
PKM	–1,35	12,63	4,04	0,00	6,03	3,66	7,06	2,56	6,43	–1,01	4,01
RPC	9,76	12,13	–2,40	–0,49	3,96	–0,95	17,31	4,51	1,96	5,77	5,16
SKA	6,43	–9,89	–0,41	–8,98	4,48	8,15	5,56	5,26	–1,43	7,97	1,72
WWL	0,63	0,42	2,08	12,47	–2,16	10,29	12,00	1,79	35,67	0,86	7,51
WIG	–4,17	7,42	3,52	7,68	–5,78	6,50	4,28	5,52	4,28	3,01	3,23

Źródło: opracowanie własne w oparciu o dane z gazety „PARKIET”.

A NEW APPROACH TO RISK IN THE CAPITAL MARKET

Abstract: The article presents a new approach to measuring risk in the capital market. The first section shows how risk can be described by means of a measure of uncertainty. An entropy measure may be applied, i.e. a measure offered by information theory. The portfolio theory assumes that in the capital market investors may make their decisions by minimizing entropy. The new approach to the assessment of capital market risk utilizes a measure borrowed from reliability theory. The measure can also be used to assess portfolio sustainability in a longer forecast period. It takes account of changes in rates of return forming a trend and not a normal distribution. With a measure of reliability an optimal portfolio can be assembled based on the minimal value of λ (an indicator of the frequency of occurrence of unfavourable rates of return from financial instruments in the period of research).

Keywords: investment portfolio, entropy, reliability

Cytowanie

Tymiński J. (2014), *Nowe ujęcie ryzyka na rynku kapitałowym*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 802, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia" nr 65, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, s. 745–753; www.wneiz.pl/frfu.